Der

# Rechenunterricht

in den

# ersten drei Schuljahren.

## Das Rechnen
## mit den Zahlen von 1 bis 100.



Von
**Anton Brenner,**
Präparandenlehrer.

Freising 1893.
Dr. Franz Paul Datterer, Verlagsanstalt und Druckerei.

# Vorwort.

Vorliegende Arbeit hat den Zweck, jenen Lehrern, welche die Rechenschule des Verfassers beim Unterrichte benützen, Fingerzeige zur Behandlung der Zahlen von 1 bis 100 zu geben.

Eine Anzahl ausgezeichneter Rechenlehrer hat in den letzten Jahrzehnten die Methode des Rechenunterrichtes so gefördert, daß angesehene Schulmänner der Neuzeit behaupten, er sei das bestbestellte Fach der Volksschule.

Das vorliegende Werkchen ist nach eingehenden Studien der neuen Rechenliteratur verfaßt und fußt auf den Ergebnissen der neuesten Methodik.

Gleichwohl glaubte der Verfasser die Theorie des Rechnens nicht als einzige Ratgeberin bei Abfassung des Büchleins heranziehen zu dürfen.

Um eine Gewähr für die Brauchbarkeit des Werkchens für die Schule zu haben, legte er das Manuskript erfahrenen und tüchtigen Schulmännern zur Prüfung vor. Ihre Wünsche und Verbesserungsvorschläge fanden gewissenhafte Würdigung.

Jenen Herren Kollegen sei an dieser Stelle für ihre Mitarbeit der verbindlichste Dank ausgesprochen.

Alle Winke und Mitteilungen, welche das vorliegende Büchlein in einer etwa notwendig werdenden zweiten Auflage zu fördern geeignet erscheinen, werden mit Dank entgegengenommen.

Mit dem Wunsche, daß dieses Werkchen insbesondere jüngeren Kollegen bei Erteilung des Rechenunterrichtes in der Unterklasse sich nützlich erweise, verbindet der Verfasser die Bitte um eine freundliche Aufnahme seiner Arbeit.

Freising, im September 1893.

**Der Verfasser.**

1*

# Einleitung.

Alle neueren Rechenmethodiker stimmen darin überein, daß sich das Rechnen auf der Unterstufe nur auf engbegrenzte Zahlenreihen erstrecken dürfe. In Hinsicht auf das Ausmaß des Lehrstoffes für das erste Schuljahr ist die große Mehrzahl der Rechenmethodiker der Ansicht, daß die Zahlenreihe 1 bis 10 nicht überschritten werden soll. Diese Zahlenreihe bildet in der That die natürlichste Grundlage des ganzen Zahlensystems. Sind ja doch alle größeren Zahlen im Grunde nur Wiederholungen dieser ersten Ordnung. Bei gründlicher Verarbeitung bietet diese Zahlenreihe auch reichlichen Stoff für das erste Schuljahr.

Was die Begrenzung des Stoffes im zweiten und dritten Schuljahre betrifft, so weisen manche Rechenmethodiker und auch der oberbayerische Lehrplan für die ungeteilte Schule dem zweiten Schuljahre die Zahlenreihe von 1 bis 20, dem dritten Schuljahre die Zahlenreihe von 1 bis 100 zu.

Die vom Verfasser im gleichen Verlage erschienene Rechenschule, Heft 1 und 2, Ausgabe B, hält genau diese Stoffverteilung ein.

Die Zahlenreihe von 1 bis 100 birgt alle Elemente in sich, welche für das gesamte Rechnen, mündliches wie schriftliches, von der größten Wichtigkeit sind. Ohne Sicherheit und Fertigkeit in diesen Elementen kann man befriedigende Resultate vom Rechenunterrichte nicht erwarten.

In der Zahlenreihe von 1 bis 100 handelt es sich zunächst um die sichere Aneignung des „Einsundeins“ und „Einsvoneins“. Neben diesen beiden gibt es innerhalb dieser Zahlenreihe aber auch ein „Einmaleins“ und ein „Einsdurcheins“. Beide sind für das Schul-

rechnen von nicht minderer Bedeutung wie die beiden ersten. Diese Elementarergebnisse des Rechenunterrichts innerhalb der Zahlenreihe 1 bis 100, diese grundlegenden Rechensätze müssen als bleibendes Eigentum in das Gedächtnis der kleinen Rechenschüler übergehen.

„Die Schuld, daß selbst in den Oberklassen gehobener Volksschulen gar häufig eine erschreckende Unsicherheit in den Operationen des ersten Hunderters zutage tritt, liegt allein in dem unsoliden, schwankenden, nicht tief und fest gelegten Untergrunde. Man ist über den ersten Zehner, in dem die Präexistenz aller Zahlenveränderungen liegt, ebenso schnell hinweggegangen, wie über die Grundaufgaben des zweiten. Man hat versäumt, die Resultate desselben bis zur äußersten Fertigkeit und absoluten Sicherheit einzuüben und gedächtnismäßig einzuprägen. Es fordert eben auch das Rechnen, wie jeder andere Unterricht, seine Memorierstoffe, d. h. ein gewisses Maß positiven Wissens und unverlierbaren Eigentums, ein immer parates Handwerkszeug. Nicht blos im Einmaleins und Einsdurcheins, sondern auch im Einsundeins und Einsvoneins muß sofortiges, schlagfertiges Können erzielt werden.“

„In dieser völligen Beherrschung der „vier Einsen“, in der fast bewußtlosen, mechanischen Geläufigkeit der elementaren Operationen mit den Grundzahlen, in dem gedächtnismäßigen Angeben aller Summen, Differenzen, Produkte und Quotienten im Bereiche des ersten Hunderts liegt das ganze Geheimnis aller Rechensicherheit und Rechenfertigkeit in den Operationen mit größeren Zahlen.“ So Jänicke.

Beim mündlichen Unterrichte sind schon auf der Unterstufe kleine, entsprechend eingekleidete Aufgaben einzuflechten. Sie beleben den Unterricht und arbeiten auch dem angewandten Rechnen auf den höheren Stufen vor. Der Stoff zu diesen Aufgaben muß dem Anschauungskreise der Kinder entnommen sein. Soll beispielsweise der Rechenunterricht auf dieser Stufe bei Landkindern Interesse erwecken, so müssen die Beispiele Bezug nehmen auf Gegenstände und Thätigkeiten in Haus und Hof, im Garten, auf dem Felde, auf der Wiese, auf die Spiele und Beschäftigungsweisen der Kinder.

Dr. Hartmann, Direktor der städtischen Schulen zu Annaberg in Sachsen, urteilt in seinem „Rechenunterricht in der

deutschen Volksschule“ über die angewandten Aufgaben auf dieser Stufe wie folgt:

„In nicht wenigen Rechenbüchern begegnen uns für das erste Schuljahr nur nackte Ziffernaufgaben. Wer da nichts weiter thut, als solche Aufgaben lösen läßt, der verzichtet nicht nur auf die wichtigste, sondern auch auf die angenehmste und dankbarste Partie des Rechenunterrichtes im ganzen ersten Schuljahre; auf die wichtigste, denn alles Rechnen, auch das auf der Unterstufe, hat in seiner Anwendung auf die Verhältnisse der Natur und das Menschenleben seinen Abschluß zu finden; auf die angenehmste und dankbarste, denn hier nimmt das Interesse der Kinder stets einen erneuten Aufschwung, wenn es während der Beschäftigung mit unbenannten (abstrakten) Zahlen erlahmte.“

# Das Pensum der Unterstufe ist die Zahlenreihe von 1 bis 100.

## Die Zahlenreihe von 1 bis 100 gliedert sich in 3 Stufen.

Diese sind:

1. Die Zahlenreihe von 1 bis 10 (A 1 bis 5; B 6 bis 10)
2. „ „ „ 1 bis 20
3. „ „ „ 1 bis 100.

## Erste Stufe.

Das Rechnen in der Vorbereitungsklasse oder im ersten Schuljahre.

## Die Zahlenreihe von 1 bis 10.

### A. Die Zahlen von 1 bis 5.

Der Rechenunterricht beginnt naturgemäß mit der Vermittlung bestimmter Vorstellungen und klarer Begriffe der ersten 10 Zahlen (Grundzahlen). Einsichtsvolle Methodiker pflegen dies als „Auffassen der Zahlen“ zu bezeichnen.

Vorstellungen und Begriffe werden überhaupt gewonnen aus dem wiederholten Anschauen gleichartiger Dinge durch Ableitung (Abstraktion). Die Vorstellung (der Begriff) Baum wird z. B. aus dem wiederholten Anschauen verschiedener Bäume (Fichte, Eiche, Birke u. s. w.) durch Heraushebung der gleichen Merkmale gewonnen. Fichte, Eiche, Birke u. s. w. haben einen holzigen, schwer zerdrückbaren Stamm (Holzstamm), der sich erst in beträchtlicher Höhe über der Erde verzweigt.

Gewächse mit einem Holzstamm, der sich erst in beträchtlicher Höhe über der Erde verzweigt, heißen Bäume.

Brenner, der Rechenunterricht in den ersten drei Schuljahren.

Zahlenvorstellungen und Begriffe werden durch das wiederholte Anschauen von Gruppen aus je der Anzahl nach gleichen Einzeldingen gewonnen. Die Vorstellung (Begriff) „Zwei" wird durch wiederholtes Anschauen (Zählen) von Gruppen aus je 2 Einzeldingen gewonnen; die Vorstellung (Begriff) „Fünf" durch wiederholtes Anschauen von Gruppen aus je 5 Einzeldingen. Die Vorstellungen von 2, 5 Bäume, Finger ꝛc. waren früher da, als die Vorstellungen (Begriffe) der Zahlen 2, 5; die benannte Zahl eher als die unbenannte.*)

Der methodische Unterricht hat daher auch mit **benannten Zahlen** zu beginnen und aus diesen die Vorstellungen (Begriffe) der **unbenannten Zahlen** abzuleiten. Daran schließt sich die Einübung der Reihenfolge der ersten fünf Zahlwörter mittels Zählens.

Das Zählen ist die Grundlage alles Rechnens. Das Zählen darf aber nicht im mechanischen Hersagen der Zahlwörter bestehen, sondern es müssen wirkliche Gegenstände gezählt werden, die der unmittelbaren Anschauung aller Kinder zugänglich sind.

Wenn auch anzunehmen ist, daß eine Anzahl Kinder beim Schuleintritte bis 10 zählen kann, so besteht in den meisten Fällen die ganze Geschicklichkeit darin, daß sie die Zahlen wohl in geordneter Reihenfolge, aber ohne Verständnis, d. h. ohne Vorstellung von der betreffenden Zahl, aufsagen. Hievon kann man sich überzeugen, wenn man die Kinder zählen läßt und von ihnen verlangt, gleichzeitig mit dem Aussprechen der Zahl auch die durch dieselbe bezeichnete Anzahl von Kugeln zu zeigen.

Daß auch die noch schwache Kraft des in die Schule eintretenden Kindes mit der Zahl die rechte Vorstellung verbinde, dafür hat der liebe Gott gesorgt, indem er uns die 10 Finger gegeben, und der menschliche Geist, diesen Wink befolgend, die Zahlen nach dem Zehnersystem bildete. Damit sind die natürlichen Gruppen von selbst gegeben.

Die erste Gruppe umfaßt die Zahlen von 1 bis 5. Daß gerade die Zahl 5 als Grenze der ersten Zahlenreihe angenommen wird, dafür dürfte gewiß die Zahl der Finger der einen Hand als der

---

*) Kaselitz, Wegweiser S. 2.

nächstliegende Grund anzusehen sein. Die andere Hand hat der Schüler nötig, um mit Hilfe derselben die Finger der einen Hand zurecht zu biegen. Da die Kinder gerne mit dem Zeigefinger der rechten Hand auf vorhandene Gegenstände hinweisen, so ist es aus diesem Grunde schon vorteilhaft, im Anfange nur die fünf Finger der linken Hand als Veranschaulichungsmittel und als den einfachsten und natürlichsten Rechenapparat zu benützen.

Die zweite Zahlengruppe bilden die Zahlen von 6 bis 10; sie werden mit Hilfe der Finger beider Hände dargestellt.

## Veranschaulichungsmittel.

Die Schüler werden allmählich auf Grund der Anschauung, d. i. unter Benützung zähl- und meßbarer Dinge in das Zahlengebiet eingeführt.

1. **Graphische Darstellungen**, z. B. Striche, Punkte, Ringe 2c., sind sehr brauchbare Hilfsmittel für den ersten Rechenunterricht, indem sie vorzugsweise zum Auffassen und Unterscheiden der Zahlen von 1 bis 10 dienen.

2. **Körperliche Apparate:** a) Der Meterstab.

b) Das Kubikdecimeter in natürlicher Darstellung — wenigstens teilweise zerlegbar.

c) Die natürlichen Gewichte und Hohlmaße (Kilogramm, Gramm, Liter). Bloße Abbildungen erfüllen ihren Zweck nicht; denn mit dem abgebildeten Kilogramm kann man nicht wägen, mit dem Bilde eines Liters nicht messen.

d) Die russische Rechenmaschine. Dieser einfache, allgemein bekannte Rechenapparat soll im Jahre 1813 durch russische Soldaten nach Deutschland gebracht worden sein.

Die Maße und Gewichte werden in der Vorbereitungsklasse durch Vorzeigen und Benennen zur Kenntnis der Kinder gebracht und die Benennungen bei leichten Aufgaben mit benannten und angewandten Zahlen benützt.

Außer den Dingen, die ihrem Wesen nach dem Rechenunterrichte dienen, können noch eine Menge anderer Dinge wie zufällig

in den Dienst des Rechenunterrichtes gestellt werden, z. B. die verschiedenen Schulgeräte, was sich außerdem noch in der Schule findet, die Schüler selbst, Teile des menschlichen Körpers 2c.

Unter allen Veranschaulichungsmitteln verdienen jedenfalls die Finger den Vorzug. Sie haben nämlich den Vorteil, daß sie buchstäblich zur Hand sind, daher bezeichnen sie viele Rechenmethodiker als das beste Anschauungsmittel, wenigstens soweit es sich um das Rechnen innerhalb der Zahlenreihe 1 bis 10 handelt. So heißt es z. B. bei Meier (Lehrplan): „Die Finger sind das allgemeine, natürliche und beste Rechnungsmittel, weil sie stets zur Hand sind, und sich mit Hilfe derselben die Operationen im Zahlenraume von 1 bis 10 bequem ausführen lassen. Die Schüler werden bei fleißiger Benützung dieses Hilfsmittels in körperlicher Thätigkeit erhalten und der Lehrer ist fortwährend in der Lage, sie zu überwachen. Ist einer unthätig oder hat er die Aufgabe falsch aufgefaßt, so legen seine Finger Zeugnis ab, und es kann Hilfe geleistet werden. Auch insofern sind sie von Wichtigkeit, als die Schüler, sobald ihnen die Verwendung fürs Rechnen bekannt und geläufig geworden ist, außer der Schule davon Gebrauch machen und so den Rechenunterricht fördern. Schon hier sei darauf hingewiesen, daß man die Kinder in der Benutzung der Finger zum Rechnen gewähren lassen soll, so lange es ihnen notwendig erscheint. Sobald sie entbehrlich geworden sind, kommen sie von selbst außer Benutzung."

Da mit dem Rechenunterrichte der Kleinen sofort bei ihrem Eintritte in die Schule begonnen wird, so muß der erste Unterricht notwendig ein Anschauungs- und Sprechunterricht sein.

Der Rechenunterricht ist das einfachste Mittel, die Kinder zur Aufmerksamkeit und zum Denken zu gewöhnen und dadurch ihr Denkvermögen zu üben, besonders aber die Folgerichtigkeit des Denkens zu fördern. Dabei wird auch ihr Sprachvermögen in ganz besonderer Weise geübt, wenn man die Kinder anhält, die zur Anschauung gebrachten Gegenstände richtig zu benennen.

Kein Unterrichtsgegenstand gibt dem Lehrer eine bessere Gelegenheit, von den ersten Elementen planmäßig aufzusteigen, als gerade der Rechenunterricht. Hier findet ein stufenmäßiges Fortschreiten statt wie wohl in keinem anderen Fache. Hier stehen Anschauung, Erkennt-

nis und Übung in der innigsten Wechselbeziehung, indem jede Erkenntnis auf Anschauung gegründet und durch unmittelbar sich anschließende Übung befestigt wird.

## Das Auffassen der Zahlen von 1 bis 5.

An der Zählmaschine steckt eine Kugel.

Welche Dinge sind im Schulzimmer nur einmal vorhanden? (Eine Thüre, eine Decke, ein Fußboden, ein Ofen, ein Katheder, ein Tisch, ein Stuhl, eine Schultafel).

Welche Gegenstände hat jeder Schüler nur einmal? (Eine Schultasche, eine Tafel, ein Buch, eine Griffelbüchse, einen Schwamm).

Was befindet sich in der Nähe des Wohnhauses nur einmal? (Ein Brunnen, ein Garten, ein Gartenhaus, eine Scheune, eine Holzlege).

Welche Gegenstände sind im Wohnzimmer nur einmal vorhanden? (Ein Tisch, ein Sofa, ein Ofen, ein Kasten, eine Uhr, ein Spiegel, eine Lampe).

Was befindet sich in der Kirche nur einmal? (Ein Hochaltar, eine Kanzel, eine Orgel).

Was für Gebäude sind in unserem Städtchen (Marktflecken, Dorf) nur einmal vorhanden? (Eine Kirche, ein Schulhaus, ein Pfarrhof, ein Krankenhaus, ein Armenhaus, eine Mühle).

Das Kind hat einen Vater, eine Mutter. Am Himmel steht eine Sonne, ein Mond. Der Vogel hat einen Schnabel. Das Pferd hat einen Schweif und an jedem Fuße einen Huf. Die Schaufel hat einen Stiel. Der Baum hat einen Stamm.

Der Lehrer läßt vor den Augen der Schüler folgende Darstellungen entstehen:

▌

+

●

○

□

Als schriftliche Beschäftigung machen die Kinder diese Darstellungen auf ihre Schiefertafel. Haben sie eine Gruppe beendet, so machen sie eine zweite und dritte. Die Schüler werden stets angehalten, das Geschriebene zu lesen. Hinsichtlich der schriftlichen Darstellung wird man anfänglich allerdings tadellose Leistungen nicht verlangen dürfen.

An der Zählmaschine stecken zwei Kugeln.

Welche Dinge siehst du im Schulzimmer zweimal? (2 Tafelgestelle, 2 Wandtafeln, 2 Reihen Bänke).

Welche Körperteile hast du zweimal? (2 Augen, 2 Wangen, 2 Ohren, 2 Schultern, 2 Arme, 2 Hände, 2 Füße).

Wie viele Flügel hat eine Taube, wie viele Hörner eine Kuh, wie viele Zeiger eine Uhr?

|        |
|  |  |
|---|---|
| I | I |
| + | + |
| ● | ● |
| ○ | ○ |
| □ | □ |

Als schriftliche Beschäftigung malen die Kinder 2 Striche, 2 Kugeln 2c., wie die Vorschrift auf der Wandtafel zeigt.

An der Rechenmaschine sind drei Kugeln vorgeschoben.

Das Kleeblatt hat 3 Blättchen. Ein Finger hat 3 Glieder. Der Daumen hat nur 2 Glieder. Die Kommode hat 3 Schubladen. Die Düngergabel hat 3 Zinken.

Zur stillen Beschäftigung:

I I I      ○ ○ ○
+ + +      I
● ● ●      + +
○ ○ ○      □ □ □
□ □ □      ● ●

Ablesen von der Schülertafel und gemeinsame Leseübung von der Wandtafel.

An der Zählmaschine stecken vier Kugeln.

Die Stube hat 4 Mauern. In jeder Bank sitzen 4 Schüler. 4 Ecken haben das Buch, die Tafel, das Heft. 4 Ecken haben auch die Thüre, der Fußboden, die Decke. 4 Räder hat der Wagen. 4 Füße hat das Pferd, die Kuh, der Hund, die Katze. Auf 4 Füßen stehen der Stuhl, der Tisch, die Bettlade, der Schemel.

Zur stillen Beschäftigung:

1) | | | |
\+ + + +
● ● ● ●
○ ○ ○ ○
□ □ □ □

2) |
\+ +
● ● ●
○ ○ ○ ○

3) | | | |
\+ + +
● ●
□

4) ● ●
| | | |
○
□ □ □

5) +
○ ○ ○
| |
● ● ● ●

An der Zählmaschine stecken fünf Kugeln.

Der Mensch hat an jeder Hand 5 Finger. (Namen der Finger: Der Daumen 2c. 2c.) Wie viele Zehen hat der Mensch an jedem Fuße?

1) | | | | |
\+ + + + +
● ● ● ● ●
○ ○ ○ ○ ○
□ □ □ □ □

2) |
\+ +
● ● ●
○ ○ ○ ○
□ □ □ □ □

3) | | | | |
\+ + +
● ● ●
○ ○
□

4) +
● ● ●
□ □ □ □ □
| |
○ ○ ○ ○

Durch diese Darstellungen werden die Kinder im raschen Zählen und im Erkennen der dargestellten Zahlen geübt; auch nennt der Lehrer zuweilen eine Zahl und läßt sie von den Kindern an der Schultafel aufsuchen oder bald in Punkten, Strichen 2c. darstellen. So entsteht auch wohl einmal die Darstellung Nr. 4. Die Kinder müssen diese zuletzt ablesen und sprechen: ein Kreuzchen, drei Punkte, fünf Vierecke, zwei Striche, vier Ringe.

Durch die vorausgegangenen Übungen sind die Zahlenbegriffe von 1 bis 5 mit Hilfe von konkreten Gegenständen oder Figuren vermittelt worden. Die Schüler müssen nun imstande sein, jede Gruppe von 2 bis 5 gleichartigen Gegenständen mit einem Blicke zu übersehen und ihre Anzahl richtig anzugeben. Durch Übung und Wiederholung wird das Gelernte befestigt. Der Gang der Übungen ist in folgendem angedeutet:

a) Wie viele Kugeln habe ich vorgerückt? Wie viele Bilder hängen an der Wand? Wie viele Schüler sitzen in der Bank? Wie viele Fenster hat deine Wohnstube?
b) Schreibe auf deine Schiefertafel: Zwei Striche, drei Striche, fünf Punkte; zwei Ringe, vier Kreuzchen 2c.
c) Zähle von 1 bis 5, von 5 bis 1, von 2 bis 5, von 4 bis 1!
d) Welche Zahl kommt nach eins? Welche Zahl kommt vor zwei? Welche Zahl steht zwischen drei und fünf? 2c.

## Lesen und Schreiben der Ziffern von 1 bis 5
### nebst dem Zeichen „Null“ (0).

Die Ziffern treten dann auf, wenn die Schüler die Zahlenbegriffe gebildet haben und innerhalb einer bestimmten Zahlenreihe im Zählen sicher sind. Die Kinder lernen dann die früher durch Punkte ꝛc. dargestellten Zahlen nun mit arabischen Ziffern schreiben.

Jede Ziffer wird vom Lehrer vorgeschrieben. Wenn nicht zu schönen, so doch zu richtigen Formen muß es der kleine Rechenschüler bringen. Man wähle recht einfache Formen ohne alle Schnörkel und Verzierungen. Nach jeder neuen Ziffer werden die früher gelernten wiederholt.

## Zerlegen, Zusammenzählen und Abziehen in der Zahlenreihe von 1 bis 5.

Die Grundlage, auf der das Zusammenzählen und Abziehen beruht, ist das Erkennen des Inhaltes der Zahlen. Da der Zahleninhalt am einfachsten durch das Zerlegen der Zahl in ihre Bestandteile erkannt wird, bildet die Zahlenzerlegung die erste Übung nach dem Aufbau der Zahlen.

Durch die unmittelbare, sinnliche Anschauung soll die Einsicht in das Wesen der Operation unterstützt und deren Resultat veranschaulicht werden, was am besten an der Rechenmaschine geschehen kann.

Bei der mittelbaren Anschauung kommen Dinge in Betracht, welche dem Schüler nicht vor Augen liegen, die er sich aber vorstellen kann: Rechnen mit benannten Zahlen.

Der letzte Schritt von der sinnlichen Auffassung zur geistigen ist geschehen, wenn die Schüler nur mit reinen Zahlen operieren: Rechnen mit unbenannten Zahlen.

Die Schüler lernen nun das Additions-, Gleichheits- und Subtraktionszeichen (+ = —) kennen und anwenden.

Da schon innerhalb der Zahlenreihe von 1 bis 10 alle vier Grundrechnungsarten auftreten, sind für die mit denselben in Verbindung stehenden Formen die passendsten Ausdrücke festzustellen. Bedeutende neuere Rechenmethodiker entscheiden sich bei der Addition für „und", bei der Subtraktion für „weniger", bei der Multiplikation für „mal", und bei der Division (hier nur als Messung aufgefaßt), für „gemessen durch". Damit hängt zusammen, daß bei der Subtraktion der Minuend, bei der Division der Dividend zuerst genannt wird.

## Das Einprägen der Bestandteile der Zahlen von 1 bis 5.



An den vorstehenden Zahlenbildern, welche der Lehrer vor den Augen der Schüler entstehen läßt, sollen die betreffenden Sätze des Zerlegens, Addierens und Subtrahierens am Zahlbilde veranschaulicht, geübt und fest eingeprägt werden, so daß die Kinder folgende Sätze auswendig wissen:

| | | |
|---|---|---|
| 2 = 1 + 1 | 4 = 3 + 1 | 5 = 4 + 1 |
| 1 + 1 = 2 | 4 = 1 + 3 | 5 = 1 + 4 |
| 2 — 1 = 1 | 4 = 2 + 2 | 5 = 3 + 2 |
| 3 = 2 + 1 | 3 + 1 = 4 | 5 = 2 + 3 |
| 3 = 1 + 2 | 1 + 3 = 4 | 4 + 1 = 5 |
| 2 + 1 = 3 | 2 + 2 = 4 | 1 + 4 = 5 |
| 1 + 2 = 3 | 4 — 1 = 3 | 3 + 2 = 5 |
| 3 — 1 = 2 | 4 — 3 = 1 | 2 + 3 = 5 |
| 3 — 2 = 1 | 4 — 2 = 2 | 5 — 1 = 4 |
| | | 5 — 4 = 1 |
| | | 5 — 3 = 2 |
| | | 5 — 2 = 3 |

Von den Zahlen 1 bis 5 wird eine nach der anderen mit Hilfe des Zahlbildes in ihre Bestandteile zerlegt und das Resultat dem Gedächtnisse eingeprägt.

Der Schüler soll an dem Zahlbilde erkennen: 3 = 1 + 2. Diese Kenntnis soll ihn befähigen, sofort zu sagen: 1 + 2 = 3 und 3 — 2 = 1. Das erfordert aber viel Übung und viele Mühe und der Lehrer werde nicht unwillig gegen die Kinder und nicht müde im Unterrichten, wenn nicht gleich die ersten Tage die Sache schon sitzt. Es braucht alles seine Zeit und so auch der kleine Geist, bis er das auffaßt und verdaut.

Ist die Zahl 5 am Zahlbilde behandelt worden, so zeigt der Lehrer ein Fünfpfennigstück vor, läßt dasselbe gegen 5 einzelne Pfennig, oder 2×2 Pfennig und 1 Pfennig, oder 3×1 Pfennig und 2 Pfennig wechseln; er zahlt mit dem Fünfpfennigstücke bald 1 Pfennig, 2 Pfennig oder 3 Pfennig oder 4 Pfennig und läßt sich den Rest herausgeben.

Wie oben bereits bemerkt, gründet sich das Addieren und Subtrahieren auf das Zerlegen und dieses auf die Anschauung im Zahlbilde. Zerlegen, Addieren und Subtrahieren stehen in einem innigen Zusammenhange. Jede dieser 3 Operationsformen schließt die andere in sich. Weil 3 = 1 + 2 ist, so ist umgekehrt 1 + 2 = 3 und 3 — 2 = 1. Diese verschiedenen Formen sind im Unterrichte häufig zu verbinden und bald in dieser bald in jener Reihenfolge vorzunehmen.

Leset und schreibet dann auswendig: 1, 2, 3, 4, 5 — 5, 4, 3, 2, 1!

## Angewandte Aufgaben.

1. Anna hat in ihrer Sparkasse 3 (1, 4, 2) ℳ, die Mutter schenkt ihr noch 1 ℳ; wie viel hat Anna nun?

2. Auf einem Wagen sitzt der Kutscher; ein Herr und eine Frau steigen ein. Wie viele Personen sind das zusammen?

3. Ein Knabe hat schon 2 Zeilen geschrieben. Er schreibt noch 2 Zeilen. Wie viele Zeilen hat er im ganzen geschrieben?

4. Am Tische sitzen Vater und Mutter und 3 Kinder; wie viele Personen sind dies?

5. Klara ist 3 (1, 2) Jahre alt, ihr Bruder Karl ist 2 Jahre älter; wie alt ist er?

6. Max hat in der Sparkasse 1 ℳ; wie viel fehlen ihm noch an 3 (5, 2, 4) ℳ?

7. Theres hat 2 Nadeln gestrickt; sie soll im ganzen 5 Nadeln stricken. Wie viel fehlen noch?

8. Jakob hat 2 ℳ bezahlt; er soll aber im ganzen 4 (3, 5) ℳ bezahlen. Wie viele Mark muß er noch darauf legen?

9. Hedwig kauft einen Griffel für 1 (3, 2) ₰; wie viele Pfennig bekommt sie auf ein Fünfpfennigstück heraus?

10. Paul ist 2 Jahre alt; nach wie viel Jahren wird er 4 (5, 3) Jahre alt sein?

11. Macht zu 3 Strichen 2 Striche! ꝛc. Löscht von 5 Punkten 2 (3, 4, 1) aus! Wie viele Punkte stehen noch?

12. Wie viele Punkte sind dies? (5). Dies? (3).

Wo sind mehr Punkte? Um wie viele Punkte sind 5 Punkte mehr als 3?

13. Es ist 2 Uhr. Wie viele Stunden vergehen bis 4 (5) Uhr?

14. Ein Knabe ist 5 Jahre alt, seine Schwester ist 2 (1, 3) Jahre jünger; wie alt ist die Schwester?

15. Wie viele Mark bleiben übrig, wenn man 5 ℳ hat und 2 (1, 4, 3) ℳ davon ausgibt?

16. Eine Hausfrau hat 5 Eier gekauft, davon hat sie 2 (1, 3, 4) Stück verbraucht; wie viele Eier hat sie dann noch?

17. 3 Pferde werden vor 2 Wagen gespannt. Wie können die Pferde verteilt werden?

18. Franz war während eines Tages 5 Stunden in der Schule, davon 2 Stunden nachmittags. Wie viele Stunden kommen auf den Vormittag?

19. Ein Knabe ist 4 Jahre, seine Schwester 3 Jahre alt. Wie viele Jahre ist der Knabe älter als seine Schwester?

20. Ein Bauer hat 5 Pferde, ein anderer nur 3. Wie viele Pferde hat der zweite Bauer weniger als der erste?

21. Auf welch verschiedene Weise kann man 5 ℳ zahlen?

22. Otto erhält von seinem Vater 5 Äpfel; er ißt davon 2 (4, 1, 3); wie viele Äpfel hat er noch?

23. Ein Topf enthält 4 l, ein anderer 2 l Milch. Wie viele Liter sind im kleinen Topfe weniger als im größeren?

24. Ein Kind hat ein Fünfpfennigstück. Es kauft sich 3 (2, 4) Griffel. Jeder Griffel kostet 1 ₰. Wie viele Pfennig bekommt es heraus?

## B. Die Zahlen von 6 bis 10.

### Das Auffassen der Zahlen von 6 bis 10, das Zählen von 1 bis 10.

Das Kind hat gelernt, 5 Dinge schnell zu ordnen und bald zu übersehen; darum sind in der Rechenschule die 10 Punkte in der Weise dargestellt, daß die ersten 5 Punkte einer Reihe eine schwarze, die andere eine rote Farbe haben.

Der Lehrer zeichnet 5 Striche vor und veranlaßt die Kinder gleichzeitig 1, 2, 3, 4, 5 zu zählen. Nun reiht der Lehrer einen sechsten Strich an und spricht: 6 Striche. Darauf zählen verschiedene Kinder die Reihe noch einmal durch: 1, 2, 3, 4, 5, 6 Striche. An der Rechenmaschine zählen die Schüler einzeln und im Chor: 1, 2, 3, 4, 5, 6 Kugeln, während der Lehrer eine Kugel auf die Seite schiebt, daran eine zweite, dritte bis sechste reiht. Die Gegenstände müssen hier von eins ab durchgezählt werden, weil man 6 Dinge mit einem Blicke nicht übersehen kann.

Als schriftliche Übung zu stiller Beschäftigung zeichnen die Kinder zählend 6 Ringe, 6 Kreuze, 6 Punkte &c. &c. auf ihre Schiefertafel und lesen das Geschriebene darauf zählend ab.

---

Die meisten Fenster haben 6 Scheiben. — 6 Füße haben die Fliege, der Schmetterling, der Käfer. — Die Woche hat 6 Werktage. Sie heißen: Montag, Dienstag &c.

---

Wiederholung. Zeige 5 (6, 3) Kugeln! Wie viele Finger siehst du? Zeige 3 (5, 2, 6, 4) Finger!

Zähle die Kugeln, welche ich jetzt zeige! Zähle, ohne das Wort Kugel auszusprechen! Zähle rückwärts! Gib jedesmal nur die Zahl an! Zähle von 2 bis 6, von 6 bis 3!

Zur Vermittlung der Zahlenbegriffe 7 bis 10 sind dieselben Übungen anzustellen wie bei der Zahl 6.

Die Woche hat 7 Tage. Wie viele Tage sind vom Sonntage bis zum Ende jedes nächsten Sonntags verflossen? — Die Spinne hat 8 Füße. — Die Schule beginnt um 8 Uhr morgens. — Das Kegelspiel hat 9 Kegel. — Wie viele Finger (Zehen) hast du? — Wie viele Kugeln stecken an jeder Stange der Rechenmaschine?

Die Zahlen von 1 bis 10 werden an der Wandtafel durch 10 Reihen in Punkten, Ringen 2c. dargestellt, in der ersten nämlich die Zahl Eins, in der zweiten die Zahl Zwei, in der zehnten die Zahl Zehn. Durch genaues Untersetzen tritt in der Zeichnung der Fortschritt um eins stets deutlich hervor. Das Nachbilden dieser Tabelle ist für die Kinder eine sehr nützliche stille Beschäftigung.



An dieser Punkttabelle (einfache Pestalozzische Einertabelle) wird unter stetem Zeigen mit einem Stäbchen auf die betreffende Gruppe gezählt:

a) ein Punkt, 2 Punkte bis 10 Punkte;

b) Eins, zwei, drei bis 10;

c) Nach eins kommt (folgt) zwei, nach zwei kommt drei.

Hierauf wird auch das Rückwärtszählen geübt. Hier treten die 10 Reihen zur Veranschaulichung in umgekehrter Ordnung auf, in der obersten stehen 10 Punkte, in der folgenden 9, in der untersten steht 1 Punkt.

a) 10 Punkte, 9 Punkte bis 1 Punkt;
b) 10, 9, 8, 7 bis 1;
c) Vor 10 kommt 9, vor 9 kommt 8 2c.

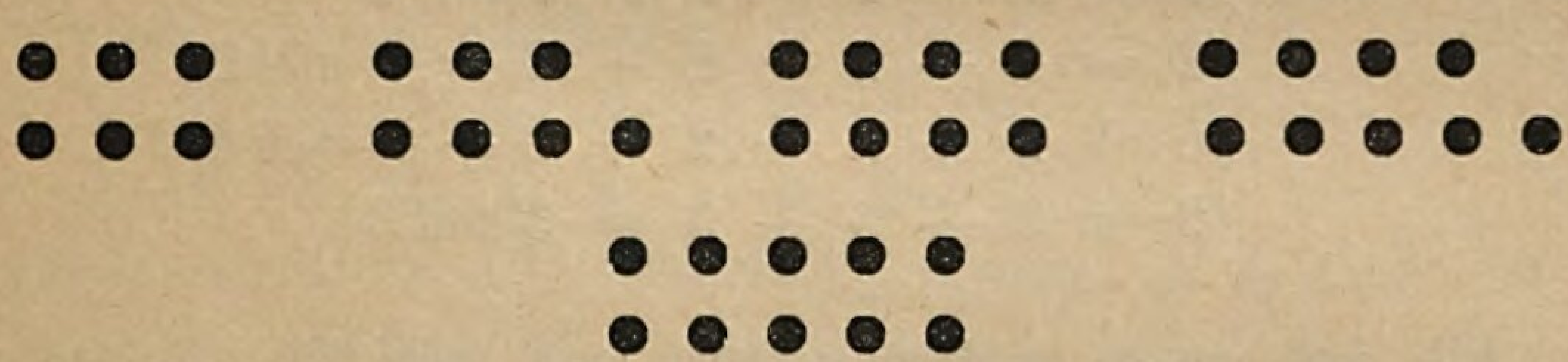
## Lesen und Schreiben der Ziffern 6, 7, 8 und 9.

Sodann zur Übung:

Suche im Lesebuche Seite 6 (8, 10) auf!
Zeige die 7., (9., 4., 3., 5., 2.) Seite deiner Rechenschule!

## Zerlegen, Zusammenzählen und Abziehen in der Zahlenreihe von 6 bis 10.

### Das Einprägen der Bestandteile der Zahlen von 6 bis 10.



Der Lehrer läßt die vorstehenden Zahlenbilder vor den Augen der Schüler eines aus dem anderen entstehen. Die Übungen sind dieselben wie bei den Zahlen 1 bis 5.

Nach Vornahme der unter Seite 18 angegebenen Übung werden wieder die einzelnen Zahlen von 6 bis 10 an den entsprechenden Zahlenbildern behandelt. An dem Zahlbilde für die Zahl sechs werden z. B. folgende Sätze angeschaut und eingeübt:



| | | |
|---|---|---|
| 6 = 2 + 2 + 2 | 2 + 2 + 2 = 6 | 6 — 1 = 5 |
| 6 = 4 + 2 | 5 + 1 = 6 | 6 — 5 = 1 |
| 6 = 2 + 4 | 1 + 5 = 6 | 6 — 2 = 4 |
| 6 = 3 + 3 | 4 + 2 = 6 | 6 — 4 = 2 |
| 6 = 5 + 1 | 2 + 4 = 6 | 6 — 3 = 3 |
| 6 = 1 + 5 | 3 + 3 = 6 | |

Auf gleiche Weise werden die Zahlen 7, 8, 9 und 10 behandelt. Ist die Zahl 10 an dem Zahlbilde behandelt worden, so zeigt der Lehrer ein Zehnpfennigstück und stellt mit dessen Hilfe und einer Anzahl von Pfennig die bei der Behandlung des Fünfpfennigstückes angegebenen Übungen an.

Wenn auch von einer allseitigen Behandlung der Zahlen auf dieser Stufe noch abgesehen wird, so ist dagegen nichts einzuwenden, wenn man die Schüler bei Betrachtung der entsprechenden Zahlenbilder darauf aufmerksam macht, daß z. B.

4 = 2 + 2 = 2 mal 2 ist;
ebenso 6 = 3 + 3 = 2 „ 3
8 = 4 + 4 = 2 „ 4
10 = 5 + 5 = 2 „ 5
und 6 = 2 + 2 + 2 = 3 mal 2
8 = 2 + 2 + 2 + 2 = 4 mal 2
10 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 5 mal 2
9 = 3 + 3 + 3 = 3 mal 3

Bis jetzt wurde zwischen geraden und ungeraden Zahlen nicht unterschieden. Es kommt mehr Abwechslung in das Zählen, wenn man diesen Unterschied beachtet. Dabei ist von den geraden Zahlen auszugehen, d. h. von solchen, welche sich in zwei gleiche Teile zerlegen lassen.

Die Zahlen 2, 4, 6, 8, 10 werden nun als gerade Zahlen aufgefaßt und von den ungeraden unterschieden. Hier ist den Schülern auch der Begriff „Paar“ klar zu legen.

Man braucht nur die Handflächen mit gespreizten Fingern aufeinander zu legen, so sehen die Kinder, daß 2 Finger = 1 Paar, 4 Finger = 2 Paar ꝛc., 10 Finger = 5 Paar (so viel mal 2) sind. Außerdem bietet das Leben viele derartige Beispiele.

Der Schüler muß auf Fragen, wie die folgenden, schnell die richtige Antwort geben:

5 + 3 = ? | 6 + 2 = ? | 4 + 3 = ? | 7 — 4 = ?
9 — 2 = ? | 4 + ? = 9 | 2 + ? = 7 | ? + 2 = 5
? + 3 = 9 | 7 — ? = 4 | 5 — ? = 1 | ? — 3 = 6

Vor allem ist von den Kindern zu üben, sofort zu jeder Zahl die Ergänzung zu einer andern anzugeben, also 6 = 3 + ? = 4 + ? u. s. w., 8 = 3 + ? = 6 + ? = 1 + ? u. s. w.; namentlich gilt das von der dekadischen Ergänzung; auf die Fragen 10 = 6 + ? = 8 + ? = 3 + ? u. s. w. muß sofort die richtige Antwort erfolgen.

Sicherheit und Geläufigkeit im Zerlegen der Grundzahlen ist durchaus erforderlich; sie sind die unentbehrliche Basis, ohne die ein Verständnis der Addition und Subtraktion mit Zehnerüberschreitung, wie das die folgenden Zahlenreihen bringen, gar nicht möglich ist.

Bei jeder Zahl (z. B. 7), muß der bloße Name oder das sichtbare Zeichen für irgend eine kleinere Zahl, z. B. 3, sofort die Ergänzung (hier 4) in der Vorstellung des Schülers wachrufen — und umgekehrt.

Leset und schreibt auswendig:

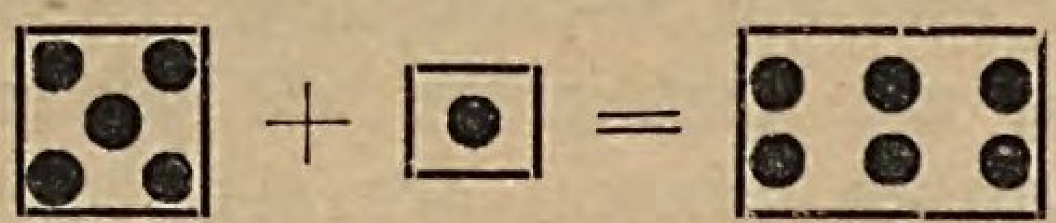
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Zählen von 1 bis 10. Rückwärts! Reihen: 2, 4, 6, 8, 10; 1, 3, 5, 7, 9. Rückwärts!

## Bedeutung der Zahlenbilder.

Über den Wert und die Darstellung der sogenannten Zahlenbilder, d. i. der fixen, in geometrischen Formen geordneten Punkte, Kreise ꝛc. ꝛc., gehen die Ansichten erheblich auseinander. Während

manche Rechenmethodiker diese Punktgruppierungen für höchst wertvolle Behelfe und als ein unentbehrliches Lehrmittel bezeichnen, verwerfen sie andere vollständig und sprechen ihnen jede Bedeutung ab. Das Bestreben, die Zahlenbilder durch Einrahmungen möglichst künstlich zu gestalten, beruht allerdings auf einer Überschätzung der Bedeutung der Zahlenbilder. Ihre gänzliche Verwerfung zeigt aber, daß man ihren Zweck und ihre Vorteile verkennt. Wer den Zahlenbildern jede Bedeutung abspricht, muß auch konsequenter Weise jede graphische Darstellung des Zahlbegriffes verwerfen, der muß es auch als unzulässig bezeichnen, daß man „sechs" darstellt „| | | | |  |" oder daß man 5 Kugeln an einem Stäbchen der Rechenmaschine eine andere Farbe gibt. Allerdings gibt die Gestaltung mancher Zahlenbilder und ihre Verwertung beim ersten Rechenunterrichte zu großen Bedenken Anlaß. Es ist verwerflich, wenn das Zahlbild für „fünf" in dieser Form  und das Zahlbild für „eins" so  erscheint und die Kinder schreiben müssen:



denn das zweite Bild gibt zum ersten hinzugefügt, nicht das Bild für „sechs". Dagegen ist jedoch nichts einzuwenden, wenn die Schüler schreiben ● ● ● ● ● + ● oder ● ● ● ● ● + ● = 6. In diesem Falle kann von einem künstlichen Zahlbilde wohl nicht die Rede sein, ebenso nicht vom Rechnen mit feststehenden (stereotypen) Zahlenbildern. Das Zahlbild ist hier nur als einfache, die Übersicht fördernde Anordnung von graphischen Zeichen zu betrachten.

Von dem entsprechenden Zahlbilde für 6 (nicht von der Ziffer 6) sollen die Schüler die Sätze lernen:

$6 = 5 + 1 = 1 + 5 = 4 + 2 = 2 + 4 = 3 + 3 = 2 + 2 + 2.$

Alle diesbezüglich angestellten Übungen müssen diesem Zwecke dienen, und jene werden die besten sein, welche zur Erreichung dieses Zweckes am meisten beitragen. Mag das Kind hundertmal die Zahl sechs durch die arabische Ziffer darstellen, so veranschaulicht sie ihm keinen der genannten Sätze. Auch die römische Ziffer VI vermag höchstens daran zu erinnern, daß 5 + 1 = 6 ist.

Durch das Zahlbild erhält das Kind von selbst Anleitung und Fingerzeig, daß 6 wirklich 5 + 1 oder 4 + 2 oder 3 + 3 ist. Das eine Mal stellt das Kind die 6 Punkte dar, indem es zuerst die 3 oberen Punkte macht (●●●) und dann noch 3 darunter setzt (●●● ●●●). Es lernt in der Stille dadurch, 6 = 3 + 3. Ein anderes Mal macht es zuerst 2 Punkte (● ●), ergänzt das Bild zu ●● ●● und dann zu ●●● ●●●; es denkt dabei 6 = 2 + 2 + 2. Das Zeichnen der Zahlenbilder in dieser Weise ist für das Kind daher eine sehr nützliche stille Beschäftigung, weil es die durch das Zahlbild veranschaulichten Sätze beinahe spielend lernt und dieselben als bleibendes Eigentum in das Gedächtnis übergehen.

Hat der Schüler bei der Vorführung des Zahlbildes erkannt, daß 3 aus 2 + 1, aus 1 + 2 besteht, daß 2 + 1 = 3 und 1 + 2 = 3, daß 3 — 1 = 2 und 3 — 2 = 1 ist, so fügt der Lehrer noch einen Punkt hinzu und läßt so aus dem Zahlbilde ●● ● das Zahlbild ●● ●● entstehen. Ohne mit einem Worte aufmerksam zu machen, zeigt das neue Bild dem Schüler:

| | | |
|---|---|---|
| 4 = 3 + 1 | 1 + 3 = 4 | 4 = 2 + 2 |
| 4 = 1 + 3 | 4 — 3 = 1 | 2 + 2 = 4 |
| 3 + 1 = 4 | 4 — 1 = 3 | 4 — 2 = 2 |

Der wichtigste Grund, welcher gegen den Gebrauch der Zahlenbilder angeführt wird, ist der, daß sie die Operationen nicht versinnlichen. Die Vertreter dieser Ansicht übersehen dabei, daß es überhaupt nicht möglich ist, die Operation, d. i. den Akt des Denkens zu veranschaulichen; nur das Resultat der Operation, d. i. die Zahl, kann veranschaulicht werden.

Ein wirkliches Vermehren und Vermindern der vorhandenen Einheiten, ein Soundsovielmalnehmen, ein Messen oder ein allmähliches Wegnehmen, das eigentliche Teilen, lassen sich nur durch bewegliche Gegenstände versinnlichen. Das Wesen der Addition wird z. B. nicht dadurch dargestellt, daß man schreibt

●● ● + ● = ●● ●● oder ●● ● + ● = 4,

sondern dadurch, daß man z. B. an der Rechenmaschine 3 Kugeln vorschiebt und zu den 3 Kugeln noch eine hinzuschiebt.

Mit Beziehung auf derartige Veranschaulichungen sagt Jänicke: „Es leidet keinen Zweifel, daß dicht zusammengedrängte Massen von Punkten und Figuren notwendig verwirren, vom straffen Anschauen, Aufmerken ablenken und Zerstreutheit und späterhin Übersättigung bei den Schülern erzeugen müssen, wenn sie überhaupt imstande sind, alle Veranschaulichungen deutlich zu erkennen. Die Methodik fordert allerdings, daß alle möglichen Anschauungsmittel zuhilfe genommen werden müssen, damit der Zahlbegriff an recht vielen Gegenständen zur Erscheinung komme und desto schneller und sicherer die reine Zahl von demselben sich ablöse. Dazu bedarf es aber nicht eines so ungeheueren Bilderapparates. Es kann des Guten auch zu viel geschehen, und die so sehr betonte Anschaulichkeit ist im besten Zuge, zur Überanschaulichkeit zu werden, die das eigentliche Lernen nicht fördert, sondern hindert. Die alte Schule machte den Fehler, daß sie die Übung ohne die Anschauung trieb; die neue scheint in den entgegengesetzten zu verfallen und die Anschauung ohne die Übung zu betreiben.“

Mit Jänicke stimmt auch Hartmann überein, der in seinem trefflichen, oben bereits erwähnten Rechenwerke sagt:

„Die Art der Veranschaulichung, wie sie jetzt wieder aufkommen will, ist von den erfahrensten Methodikern als eine psychologisch unberechtigte Neuerung, als eine arge Verkennung des Wesens der Anschauung bezeichnet und entschieden zurückgewiesen worden. Denn daß $|\,| + |\,| = |\,|\,|\,|$ ist, sieht das Kind ein; aber wie

$$|\,| - |\,| = 0,\quad |\,|\,| \times |\,| = |\,|\,|\,|\,|\,|,\ \text{oder}\ |\,| : |\,| = 1,$$

$$|\,|\,|\,|\,|\,| : |\,| = |\,|\,|$$

sein soll, begreift es nicht. Die Striche, Punkte oder Bilder von Gegenständen sind hier nur eine Versinnlichung der in diesen Beispielen vorkommenden Zahlen, nicht aber eine Versinnlichung der Operationen des Abziehens, Vervielfältigens und Teilens.“

## Vervielfachen, Zerfällen, Enthaltensein (Messen) und Teilen.

Die Bedeutung des Wörtchens „mal" wird zum Verständnisse gebracht.

Wie oftmal kommt der Postbote täglich? Wie oftmal gehst du am Montag (Mittwoch) in die Schule? Wie oftmal schlägt die Uhr, wenn nachmittags die Schule geschlossen wird? Wie oftmal habe ich auf den Tisch geklopft?

Der Lehrer schiebt eine Kugel an der Rechenmaschine vor. Der Schüler sagt, was geschehen ist und wie oft eine Kugel vorgeschoben worden ist. Nun schiebt der Lehrer 2, 3, 4, 5 Kugeln vor und der Schüler erkennt, daß fünfmal eine Kugel vorgeschoben worden ist. Der Lehrer macht Zeichnungen (Striche, Ringe 2c.) an die Schultafel, und die Schüler sagen, wie oft ein Strich 2c. gemacht worden ist.

Die Operation wird auf folgende Weise an der Rechenmaschine zur Veranschaulichung gebracht:

Die Aufgabe lautet: 3mal 2. Am ersten Draht schiebe der Lehrer mit einem Schlage 2 Kugeln vor, am zweiten Drahte wieder 2 Kugeln und am dritten Drahte ebenfalls 2 Kugeln. Durch diese Darstellung bleiben die Faktoren getrennt und durch die sichtbaren und hörbaren Bewegungen erhalten die Schüler ein klares Verständnis vom Wesen der Operation.

Die Reihenfolge der Übungen ist nun folgende:

a) Bilden der Produkte,
b) Zerfällen in Faktoren,
c) Enthaltensein.

(Die Schüler lernen das Multiplikationszeichen ($\times$) kennen. Unterschied von $+$).

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) | $2 + 2 = 4$ | $2 + 2 + 2 = 6$ | $2 + 2 + 2 + 2 = 8$ |
| | $2 \times 2 = 4$ | $3 \times 2 = 6$ | $4 \times 2 = 8$ |

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$$
$$5 \times 2 = 10$$

b) $4 = 2 \times 2$ | $6 = 3 \times 2$ | $8 = 4 \times 2$ | $10 = 5 \times 2$

| | |
|---|---|
| c) 2 in 4 = 2 × enthalten | 2 in 8 = 4 × enthalten |
| 2 in 6 = 3 × " | 2 in 10 = 5 × " |

Zur Versinnlichung der Operation des Enthaltenseins (Messens) dürfte folgende graphische Darstellung geeignet sein:

2 in 4 wird veranschaulicht durch |●●|●●|

2 in 6 " " " |●●|●●|●●| u. s. w.

Das Enthaltensein ist als ein Messen, als ein allmähliches Wegnehmen darzustellen. Der Lehrer frage zuerst: „Wie oft kann man 2 von 4 wegnehmen?" Dann erst: „Wie oft ist 2 in 4 enthalten oder wie oft steckt 2 in 4?" oder „Wie viele Zweier gehen aus 4 heraus?"

| | |
|---|---|
| a) 3 + 3 = 6 | 3 + 3 + 3 = 9 |
| 2 × 3 = 6 | 3 × 3 = 9 |
| b) 6 = 2 × 3 | c) 3 in 6 = 2 × enthalten |
| 9 = 3 × 3 | 3 in 9 = 3 × " |

| | |
|---|---|
| a) 4 + 4 = 8 | b) 8 = 2 × 4 |
| 2 × 4 = 8 | c) 4 in 8 = 2 × enthalten |

| | |
|---|---|
| a) 5 + 5 = 10 | b) 10 = 2 × 5 |
| 2 × 5 = 10 | c) 5 in 10 = 2 × enthalten. |

Beim eigentlichen Teilen sollen die Produkte in eine Anzahl gleicher Summanden zerlegt werden. Dieser Auffassung entsprechend wird der Lehrer $\frac{1}{2}$ von 4 auf folgende Weise entwickeln: Er zeigt, was die Hälfte ist, indem er ein Stäbchen, einen Apfel u. s. w. in 2 gleiche Teile teilt; hierauf schiebt er an einem Drahte 4 Kugeln vor und teilt dieselben durch einen kleinen Zwischenraum in 2 gleiche Teile (●● ●●). Dadurch erkennt der Schüler, daß die Hälfte von 4 = 2 ist. Hierauf schiebt der Lehrer 6 Kugeln vor und teilt dieselben durch einen Zwischenraum in ●●● ●●● Kugeln. Die Kugeln sind in 2 gleiche Teile geteilt worden: $\frac{1}{2}$ von 6 = 3. Nun werden die Schüler veranlaßt, an der Rechenmaschine 4, 6, 8, 10 Kugeln in 2 gleiche Teile, 6, 9 Kugeln in 3 gleiche

Teile, 8 Kugeln in 4 gleiche Teile und 10 Kugeln in 5 gleiche Teile zu teilen.

In passender Weise kann das Wesen der eigentlichen Division auch durch Teilung einer Anzahl von Pfennig, Stäbchen 2c. zum Verständnisse gebracht werden.

Nachstehende Darstellungen an der Schultafel sind ebenfalls geeignet, das Wesen des eigentlichen Teilens zu veranschaulichen:

$\frac{1}{2}$ von 4 wird veranschaulicht durch ●● | ●●
$\frac{1}{3}$ „ 6 „ „ „ ●● | ●● | ●●
$\frac{1}{4}$ „ 8 „ „ „ ●● | ●● | ●● | ●●
$\frac{1}{5}$ „ 10 „ „ „ ●● | ●● | ●● | ●● | ●●

| | | |
|---|---|---|
| a) $2 \times 2 = 4$ | b) $4 = 2 \times 2$ | c) $\frac{1}{2}$ von $4 = 2$ |
| $2 \times 3 = 6$ | $6 = 2 \times 3$ | $\frac{1}{2}$ von $6 = 3$ |
| $2 \times 4 = 8$ | $8 = 2 \times 4$ | $\frac{1}{2}$ von $8 = 4$ |
| $2 \times 5 = 10$ | $10 = 2 \times 5$ | $\frac{1}{2}$ von $10 = 5$ |

| | | |
|---|---|---|
| d) $3 \times 2 = 6$ | e) $6 = 3 \times 2$ | f) $\frac{1}{3}$ von $9 = 3$ |
| $3 \times 3 = 9$ | $9 = 3 \times 3$ | $\frac{1}{3}$ von $6 = 2$ |

**Zerfällen sämtlicher Produktzahlen, die im Einmaleins vorgekommen sind, in Faktorenpaare:**

| | |
|---|---|
| $6 = 2 \times 3$ | $9 = 3 \times 3$ |
| $6 = 3 \times 2$ | $10 = 2 \times 5$ |
| $8 = 4 \times 2$ | $10 = 5 \times 2$ |
| $8 = 2 \times 4$ | |

**Teilen sämtlicher Produktzahlen in beiden Formen des Teilens:**

| | |
|---|---|
| a) 3 in $6 = 2 \times$ | b) $\frac{1}{2}$ von $6 = 3$ |
| 2 in $6 = 3 \times$ | $\frac{1}{3}$ von $6 = 2$ |
| 2 in $8 = 4 \times$ | $\frac{1}{4}$ von $8 = 2$ |
| 4 in $8 = 2 \times$ | $\frac{1}{2}$ von $8 = 4$ |
| 3 in $9 = 3 \times$ | $\frac{1}{3}$ von $9 = 3$ |
| 5 in $10 = 2 \times$ | $\frac{1}{2}$ von $10 = 5$ |
| 2 in $10 = 5 \times$ | $\frac{1}{5}$ von $10 = 2$ |

Die beiden Divisionsformen, Enthaltensein (Messen) und eigentliches Teilen müssen schon auf den unteren Stufen des Unterrichtes als zwei wesentlich verschiedene Denkformen auseinander gehalten werden, da man ohne diese Unterscheidung weder das Wesen der Division verstehen, noch bei angewandten Beispielen die Divisionsverhältnisse der gegebenen Zahlen richtig beurteilen kann.

Verwechslungen kann man dadurch vorbeugen, daß man mit benannten Zahlen rechnet, z. B. 2×4 ℳ = 8 ℳ; 4 ℳ in 8 ℳ = 2mal; $\frac{1}{2}$ von 8 ℳ = 4 ℳ.

Die beiden Arten der Division müssen schriftlich verschieden dargestellt werden. 2 ist in 10 fünfmal enthalten, wird dargestellt 2 in 10 = 5mal. Die Hälfte von 10 = 5, wird schriftlich dargestellt: $\frac{1}{2}$ von 10 = 5.

Die Frage, welche von den beiden Grundformen der Division den Vortritt hat, wird in verschiedenem Sinne beantwortet. Während beim „Messen" dem Kinde die unmittelbare Anschauung geboten werden kann, hat es das Teilen stets mit einer abstrakten Zahl (im Divisor) zu thun. Daher ist das Messen (Enthaltensein) als die leichtere, weil eine unmittelbare Anschauung zulassende Divisionsform, vor dem Teilen zu behandeln.

Übrigens schließen sich ja die Operationen des Zerfällens, Multiplizierens, Enthaltenseins und Teilens gegenseitig so ein und gehen logisch so aus einander heraus, daß auch der Schüler den Zusammenhang mit Leichtigkeit findet. Es ist daher ganz natürlich und gewiß nur zu billigen, wenn der Lehrer die vorgenannten vier Operationen (Zerfällen, Multiplizieren, Enthaltensein und Teilen) gleich nacheinander auftreten läßt, z. B.

8 = 4 × 2
also ist 4 × 2 = 8
und 2 in 8 = 4 ×
und $\frac{1}{4}$ von 8 = 2

Diese 4 Operationen werden durch folgende Punktdarstellung veranschaulicht (welche die Schüler natürlich selber zu machen haben):

●● | ●● | ●● | ●● $8 = 4 \times 2$
$4 \times 2 = 8$
$2$ in $8 = 4\times$
$\frac{1}{4}$ von $8 = 2$

Zur Befestigung der Resultate und zur Vermittlung der Einsicht in den logischen Zusammenhang der vier Operationsformen ist es zu empfehlen, alle vier Rechenformen, als von einander abhängig, anschaulich darzustellen und die Ergebnisse vergleichend einzuprägen. So folgt mit logischer Konsequenz aus „$4\times2 = 8$", daß a) $8 = 4\times2$, b) 2 in $8 = 4$mal enthalten, c) $\frac{1}{4}$ von $8 = 2$ ist.

Als vorzügliche Übung zur Selbstbeschäftigung der Schüler sei hier noch erwähnt (als Beispiel):

[●] [●] [●] [●] [●] [●] $= 6 = 6 \times 1$
[●●] [●●] [●●] $= 6 = 3 \times 2$
[●●●] [●●●] $= 6 = 2 \times 3$
[●●●●] ● ● $= 6 = 1 \times 4 + 2$
[●●●●●] ● $= 6 = 1 \times 5 + 1$
[●●●●●●] $= 6 = 1 \times 6$

| | |
|---|---|
| 1 in 6 = 6 mal | $\frac{1}{6}$ v. 6 = 1 |
| 2 in 6 = 3 „ | $\frac{1}{3}$ v. 6 = 2 |
| 3 in 6 = 2 „ | $\frac{1}{2}$ v. 6 = 3 |
| 4 in 6 = 1 „ Rest 2 | |
| 5 in 6 = 1 „ „ 1 | |
| 6 in 6 = 1 „ | |

Die Form „$\frac{1}{5}$ von 10" wird gelesen „der fünfte Teil von 10" oder auch „ein Fünftel von 10". In dieser Darstellung und Sprechweise liegt schon eine Vorbereitung für die Bruchrechnung. Diese Form schließt sich enger an die Umgangssprache an als die Form, „geteilt durch" und ist daher den Kindern leichter verständlich.

An dieser Stelle sei der sogenannten Grube'schen Methode mit einigen Worten gedacht. Grube nimmt die einzelnen Zahlen nach ihrer Reihenfolge vor. Nach der Eins betrachtet er die Zwei, dann die Drei rc. rc. bis 100; niemals geht er zu der folgenden, ehe er die vorhergehende von allen Seiten betrachtet, ehe er alle möglichen Additions-, Subtraktions-, Multiplikations- und Divisions-Exempel, die sich im Umfange dieser Zahl bilden lassen, geübt hat.

„Wie*) das spätere Rechnen von dem abstrakten Regelwerk der einzelnen Rechnungsarten los zu machen ist, so sind die elementaren Vorübungen von dem Formalismus der Spezies zu befreien. So lange die Einteilung dieses elementaren Teiles vom Rechenunterrichte in die vier Spezies beibehalten wird, kann es auch nicht zu einer lebendigen Durchdringung der subjektiven und objektiven Methode kommen. Diese Zersplitterung des Stoffes ist noch ein Überbleibsel aus der ersten Periode des Rechenunterrichtes und hat nur für das Zifferrechnen Bedeutung, so lange dieses nämlich im Gegensatze zum Kopfrechnen festgehalten wird, welcher Gegensatz aber ein unwesentlicher und darum nicht maßgebender ist."

„Der Elementarschüler lerne die Zahlen nicht vereinzelt und abgerissen nach den Operationen des Addierens, Subtrahierens, Multiplizierens und Dividierens, sondern jede Zahl (im Raume von 1 bis 100) allseitig nach den Operationen in ihrer organischen Einheit kennen und behandeln."

Von einer Methode, welche von vornherein alle Rechnungsarten an eine Zahl anschließt, muß aber abgeraten werden.

Dieselbe verkennt die Natur der vier Grundrechnungsarten und das Abhängigkeitsverhältnis, in welchem sie zu einander stehen. Wie bereits früher bemerkt, ist die Grundlage alles Rechnens das Zählen; daraus leiten sich die 4 Spezies ab. Das Addieren bezeichnet ein Fortschreiten in der Zahlenreihe in kleineren oder größeren Intervallen. Das Subtrahieren schlägt den entgegengesetzten Weg ein. Die Multiplikation hat ihre Grundlage in der Addition. Die Wahrnehmung, daß man gleichartige Summanden mit einem Denkakte zusammenfassen könne, führte zu dieser Spezies. Ihre Umkehrung, bezw. das Abziehen gleicher Summanden, die Division, gründet sich im wesentlichen auf das Einmaleins und muß deshalb von den Einmaleins-Produkten (anschaulich auch an der wiederholten Subtraktion gleicher Summanden) ausgehen. Hieraus ist ganz deutlich ersichtlich, daß eine Spezies aus der anderen hervorgeht und diese daher nacheinander in ihrer naturgemäßen Reihenfolge erlernt werden müssen. Eins aus dem andern, eins nach dem andern.

Wer z. B. von Anfang an messen, d. h. in Faktoren zerlegen will, gerät, da es unter den Zahlen von 1 bis 5 nur eine zusammengesetzte

*) Grube, Leitfaden S. 27 und 28.

Zahl gibt, immer wieder auf die Eins, läßt sie gleich, anstatt sie erst einfach als Teil (im additiven Sinne) aufzufassen, als Faktor auftreten und quält so die Kleinen mit Dingen ab, die ein Spiel für sie sind, sobald ihr Denkvermögen weiter entwickelt ist. Nicht bei und gleich nach der Auffassung einer Zahl soll sich ihr ganzer Reichtum entfalten; dazu ist im Gegenteile in dem gesamten Rechenunterrichte Raum und Zeit geboten; vor allen Dingen muß man warten, bis die langsam wachsende Kraft des Schülers der Sache mächtig ist.

Die konzentrischen Stufengänge, welche schon auf der Unterstufe die allseitige Behandlung der einzelnen Zahl fordern, haben sich nicht bewährt. Das ist die Ansicht angesehener Schulmänner der Neuzeit; auch die oberbayerische Schul- und Lehrordnung teilt sie.

## Angewandte Aufgaben.

1. Ein Knabe besitzt 8 Bleisoldaten. Er stellt in die erste Reihe 4 Soldaten. Wie viel Soldaten kommen in die zweite Reihe zu stehen?

2. Albert erhält 7 Birnen geschenkt. Er steckt 4 Stück in die rechte Tasche. Wie viele Stück steckt er in die linke Tasche?

3. Von den 7 Tagen einer Woche sind bereits 2 (4, 6, 3, 1, 5) Tage vergangen; wie lange dauert die Woche noch? (Wie viele Wochentage folgen noch nach dem Mittwoch, Montag, Freitag?)

4. Ein Knabe geht bereits 4 Jahre in die Schule. Er muß die Schule 7 Jahre besuchen. Wie viele Jahre hat er noch in die Schule zu gehen?

5. Sophie soll bis 10 zählen. Sie hat bis 6 gezählt. Wie viel fehlt noch bis 10?

6. Zerlege die Zahlen von 6 bis 10 so in 2 Teile, daß der eine Teil 5 beträgt!

7. Otto und Max sollen 4 (6, 8, 10, 7, 9) Äpfel so teilen, daß Otto 3 Äpfel bekommt. Wie viele Äpfel erhält Max?

8. Anna kauft 5 Griffel. Sie erhält einen Griffel als Zugabe. Wie viele Griffel erhält sie?

9. Ein Knabe hat ein Fünfmarkstück in der Sparkasse. Er erhält 2 ℳ geschenkt. Wie viele Mark hat er?

10. Karl kauft zwei Briefmarken, eine für 5 ₰ und eine für 3 ₰; wie viele Pfennig bezahlt er?

11. In einem Stalle stehen auf der einen Seite 4, auf der andern 5 Pferde. Wie viele Pferde stehen im Stalle?

12. Die Schule beginnt um 8 Uhr vormittags. Nach 2 Stunden wird der Unterricht beendet. Wann ist die Schule aus?

13. Bertha kauft für 5 ₰ eine Kerze und für 5 ₰ ein Stückchen Seife. Mit welcher Nickelmünze kann sie dies bezahlen?

14. Zu einer Familie gehören außer Vater und Mutter noch 3 Söhne u. 2 Töchter. Aus wie vielen Personen besteht die Familie?

15. Franz stellt Bleisoldaten auf. In die erste Reihe stellt er 2, in die zweite 3, in die dritte 3 und in die vierte 2 Soldaten. Wie viele Soldaten sind dies zusammen?

16. Wie viele Pfennig bekam ein Knabe von einem Zehnpfennigstück zurück, wenn er für 2 (4, 5, 3) ₰ Papier kaufte?

17. Auf einen Wurf fielen 3 (5, 4, 6) Kegel. Wie viel blieben stehen?

18. Klara kauft einen Griffel für 2 ₰ und einen Bleistift für 5 ₰. Wie viele Pfennig hat sie zu bezahlen? Wie viel bekommt sie von einem Zehnpfennigstück zurück?

19. Ein Mädchen kaufte ein Heft zu 10 ₰. Sie gibt ein Fünfpfennigstück und das übrige Geld in Ein- und Zweipfennigstücken. Welche Pfennigstücke legt sie zum Fünfpfennigstücke?

20. Ein Herr kauft einen Hut. Er bezahlt mit einem Zehnmarkstück und bekommt 6 ℳ zurück. Wie viel kostet der Hut?

21. Eine Taglöhnerin verdient im Sommer wöchentlich 10 ℳ, im Winter nur 6 ℳ. Wie viel beträgt der Unterschied?

22. In einer Schule dauert der Unterricht am Montag 5 Stunden, am Mittwoch nur 4 Stunden. Wie viel beträgt der Unterschied?

23. Eine Bäuerin verlangte auf dem Wochenmarkte für 2 schöne Gänse 10 ℳ. Eine Köchin bezahlte aber nur 9 ℳ dafür. Wie viele Mark hat die Köchin weniger gegeben (abgehandelt)?

24. Welche Zahl ist um 3 größer als 5 (7, 4, 2, 6, 3)?

25. Welche Zahl ist um 4 kleiner als 7 (5, 10, 8, 6, 9)?

26. Ludwig hat in seiner Sparkasse 2 ℳ. Wie viele Mark muß er noch bekommen, daß er 5 (9, 4, 6, 10, 8) ℳ hat?

27. Bernhard hat eine Anzahl Schusser; 3 davon schenkt er seinem Kameraden und dann hat er noch 5 (1, 4, 2, 6, 3, 7) Schusser. Wie viele Schusser hatte Bernhard anfangs?

28. 1 (2, 3, 4, 5) Zweipfennigstück sind wie viele Pfennig?

29. Zwei Jäger gingen auf die Jagd und jeder nahm 2 Hunde mit. Wie viele Hunde waren bei der Jagd?

30. Wie viele Flügel haben 2 (5, 3, 4) Tauben?

31. 3 (4, 2, 5) Paar sind wie viele Stück?

32. Ein Meter Zeug kostet 2 ℳ; wie viel kosten 2 (3, 4, 5) m?

33. Wie viele Zweipfennigstücke kann man für 2 (4, 6, 8, 10) Pfennigstücke einwechseln?

34. 8 (2, 10, 6, 4) Stück sind wie viele Paare?

35. 8 (10) Knaben gehen paarweise in die Kirche; wie viele Paare sind dies?

36. Eine Stahlfeder kostet 2 ₰; wie viele Stahlfedern erhält man für 6 (4, 10, 8) ₰?

37. Eine Flasche Rotwein kostet 2 ℳ; wie viele Flaschen kann man für 10 (6, 8, 4) ℳ kaufen?

38. 2 Stück kosten 2 (4, 6, 8, 10) ₰; wie teuer ist ein Stück?

39. 4 (8, 10, 6) ℳ sollen unter zwei Knaben so verteilt werden, daß jeder gleichviel erhält!

40. Wie viele Seiten hat 1 Blatt (im Buche nämlich)? Wie viel 6 (4, 2, 8, 3, 5, 10, 7, 9) Blätter?

41. Welche Seitenzahlen im Buche müssen auf dem 2., (5., 7., 9., 3., 4., 8., 6., 10.) Blatte stehen?

42. Eine Briefmarke kostet 3 ₰; wie viel kosten 2 (3) Stück?

43. Wie viele Blättchen haben 3 (2) Kleeblätter?

44. 3 Bogen Papier kosten 3 (6, 9) ₰; wie viel kostet ein Bogen?

45. 3 l Wein kosten 6 (9, 3) ℳ; wie teuer ist 1 l?

46. Zum Beschlagen eines Pferdes braucht man 4 Hufeisen; wie viel zu 2 Pferden?

47. Wie viele Räder haben 2 Wagen?

48. 2 Fünfpfennigstücke sind wie viele Pfennig?

49. 2 Fünfmarkstücke sind wie viele Mark?

50. Ein Meter Tuch kostet 5 (4) ℳ; wie viel kosten 2 m?

51. 10 ₰ sind wie viele Fünfpfennigstücke?

52. 10 ℳ sind wie viele Fünfmarkstücke?

53. Wie viele Pferde kann man mit 8 Hufeisen vollständig beschlagen?

54. Ein Bleistift kostet 4 (5) ₰; wie viele Stück erhält man für 8 (10) ₰?

55. Ein Taglöhner verdient in 4 (5) Tagen 8 (10) ℳ; wie viel an einem Tage?

56. Eine Bäuerin hat 6 (10, 8) Enten; davon verkauft sie die Hälfte ($\frac{1}{2}$). Wie viele Enten behält sie?

57. Die Glocke machte 6 Schläge; wie oftmal 2 (3) Schläge hat sie gemacht?

58. Eduard holt auf der Post 2 Briefmarken, das Stück zu 3 ₰; er bezahlt mit einem Zehnpfennigstück. Wie viel bekommt er noch heraus?

59. Ein Bauer hatte zur Erntezeit 6 (9) Taglöhner. Hievon entließ er nach der Ernte $\frac{1}{3}$; wie viele Taglöhner behielt er noch?

60. Eine Hausfrau hat 10 Eier. Davon verbraucht sie am Sonntag die Hälfte, am Montag den 5. Teil und die noch übrigen Eier am Dienstag. Wie viele Eier brauchte sie an jedem Tage?

# Zweite Stufe.

Das Rechnen im zweiten Schuljahre.

---

## Die Zahlen von 1 bis 20.

In der Zahlenreihe von 1 bis 20 treten den Schülern zum ersten Male zwei Einheiten des dekadischen Systems entgegen. Sie lernen zweistellige Zahlen kennen. Es ist dies vielleicht der bedeutendste Schritt, der überhaupt im ganzen Rechenunterrichte gethan wird. Beim Rechnen mit den Zahlen von 1 bis 10 hatte man es gewissermaßen nur mit rohen Stoffen zu thun. Gehörte ja doch die Hälfte dieser Zahlen zu den Primzahlen, die für sich wenig Bedeutung haben, die vielmehr erst da eine Bedeutung gewinnen, wo sie als Faktoren anderer Zahlen auftreten.

## Das Auffassen der Zahlen von 11 bis 20.

Die Zahlen von 11 bis 20 sind Zusammensetzungen aus 10 und den Grundzahlen. Als solche müssen sie vom Schüler auch aufgefaßt werden.

Zur Veranschaulichung dienen bei der Entwicklung der Zahlenbegriffe von 11 bis 20

a) die Rechenmaschine,
b) Münzen,
c) Darstellungen an der Schultafel.

Die zusammengeschobenen Kugeln des ersten (oberen) Drahtes veranschaulichen einen Zehner; zu diesem werden nach und nach 1, 2, 3 2c. 2c. bis 10 Kugeln des nächstfolgenden Drahtes genommen:

| | | |
|---|---|---|
| 10 K. + 1 K. | 10 + 1 | 1 + 10 |
| 10 „ + 2 „ | 10 + 2 | 2 + 10 |
| 10 „ + 3 „ | 10 + 3 | 3 + 10 |
| bis | bis | bis |
| 10 „ + 10 „ | 10 + 10 | 10 + 10 |

Nun läßt man „und" weg; es wird gesprochen: Eins—zehn, zwei—zehn, drei—zehn, vier—zehn, fünf—zehn, sech—zehn, sieben-zehn, acht—zehn, neun—zehn, zehn—zehn.

Statt einszehn sagen wir elf, d. h. eins über zehn, statt zwei-zehn zwölf, d. h. zwei über zehn, statt sechszehn sechzehn, statt siebenzehn siebzehn, statt zehnzehn zwanzig, d. h. zweimal zehn.

Damit die Schüler die Zahlen mit Verständnis lesen und und schreiben lernen, ist die Belehrung über Zehner und Einer un-erläßlich. Diese beiden Ausdrücke können auf folgende Weise erklärt werden: 1 Kugel, 1 Pfennig, 1 Strich oder „eins" bildet einen „Einer". 10 Kugeln, 10 Pfennig, 10 Striche, 10 Dinge (zu-sammengehörige Dinge derselben Art) bilden einen Zehner.

Passende Veranschaulichungsmittel sind: das Einpfennigstück und das Zehnpfennigstück.

---

Übungen im Zählen. Zähle von 10 bis 20, von 20 bis 10, von 20 bis 1!

Welche Zahl steht vor 11 (6, 15, 13)? nach 17 (10, 16, 19)?

Vor (nach) welcher Zahl steht 14? Zwischen welchen Zahlen steht 18?

Diese Übungen werden mündlich angestellt und an der Rechen-maschine veranschaulicht.

Ein weiteres, sehr treffliches Anschauungsmittel bieten ein Zehnpfennigstück und 10 einzelne Pfennige. Man unterlasse es nicht, die Zahlen durch Punkte zu veranschaulichen. Zu diesem Zwecke macht der Lehrer an die Schultafel 10 Punkte, die den Zehner veranschaulichen und läßt dann durch Hinzufügen von 1, 2, 3 u. s. w. Punkten darunter nach und nach die Zahlen 11, 12, 13 bis 20 entstehen. Dadurch erhält man folgende Darstellung, mit deren Hilfe sich die vorhin aufgeführten Übungen recht gut ver-anschaulichen lassen. Als stille Beschäftigung lasse der Lehrer von den Kindern auf der Schiefertafel diese Gruppen nachbilden, die vorhin vor ihren Augen entstanden sind.

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●<br>●

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●<br>● ●

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●<br>● ● ●

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●<br>● ● ● ●

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●<br>● ● ● ● ●

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●<br>● ● ● ● ● ●

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●<br>● ● ● ● ● ● ●

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●<br>● ● ● ● ● ● ● ●

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●<br>● ● ● ● ● ● ● ● ●

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●<br>● ● ● ● ● ● ● ● ● ●

## Schreiben der Zahlen von 11 bis 20.

Das Schreiben der Zahlen werden die Kinder nun leicht begreifen und sich einprägen, wenn der Lehrer bei der vorstehenden Darstellung neben die Punkte die Bezeichnung der Zahl mit arabischen Ziffern setzt.

Also: ● ● ● ● ● ● ● ● ● ●<br>●    = 11

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●<br>● ●    = 12

Da hier zum ersten Male zweistellige Zahlen zu schreiben sind, so versäume man nicht, die Schüler zum Schreiben derselben, von links nach rechts (Zehner—Einer) wiederholt anzuleiten. Denn die Gewohnheit, die Einer vor den Zehnern zu schreiben, läßt sich später nur schwer beseitigen.

Schreibe die Zahlen von 1 bis 20, von 20 bis 1 der Reihe nach untereinander!

Setze die Zahlen von 10 bis 20 untereinander und schreibe mit Buchstaben hinter jede einzelne deren Namen!

Schreibe mit Ziffern: elf, siebzehn, zwölf!

Reihenbildungen: 2 + 2 = 4; 4 + 2 = 6 bis 20; 20 — 2 = 18; 18 — 2 = 16 bis 2 — 2 = 0.

## Mündliche und schriftliche Übungen zur Wiederholung und weiteren Befestigung der Kenntnis der Zahlen von 11 bis 20.

Folgende Übungen werden mündlich und schriftlich angestellt:

a) Die Zahlen von 11 bis 20 werden in Grundzahlen zerlegt, wovon die eine stets 10 ist.

b) Alle Grundzahlen werden zu 10 addiert.

c) Die Grundzahlen von 1 bis 10 werden von den Zahlen von 10 bis 20 abgezogen, und es bleibt jedesmal 10.

| | | |
|---|---|---|
| a) 11 = 10 + 1 | b) 10 + 1 = 11 | c) 11 — 1 = 10 |
| 12 = 10 + 2 | 10 + 2 + 12 | 12 — 2 = 10 |
| bis | bis | bis |
| 20 = 10 + 10 | 10 + 10 = 20 | 20 — 10 = 10 |

Bevor man zu den Grundrechnungsarten innerhalb dieser Zahlenreihe schreitet, sind die Kinder mit den verschiedenen Münzen bekannt zu machen. Selbstverständlich darf nicht bloß davon gesprochen werden, vielmehr müssen die einzelnen Münzsorten den Kindern vorgezeigt werden.
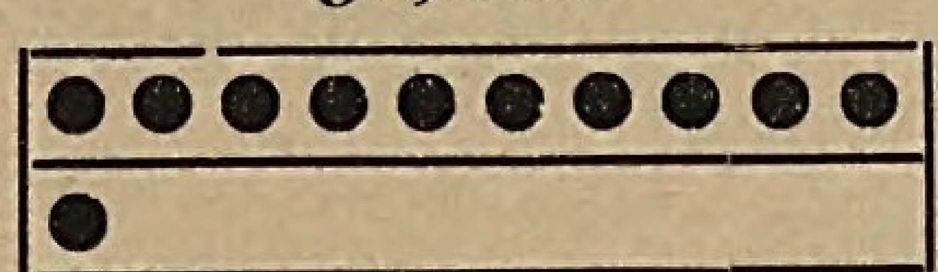
### Die Zahl 11.

Die vier Grundrechnungsarten werden sogleich an jede einzelne Zahl angeschlossen.

1. Bilden. Hier sind 10 Pfennig. Hier ist 1 Pfennig.

10 Pfennig und 1 Pfennig = 11 Pfennig. Für 10 Pfennig setze ich ein Zehnpfennigstück oder 1 Zehner.

**Zahlbild.**



10 + 1 = Zehner + 1 Einer. Der einzelne Einer gehört zum 2. Zehner.

Zehn + eins = elf = 11. Die Ziffer links ist ein Zehner; die Ziffer rechts ein Einer.

Beide zusammen: 1 Zehner + 1 Einer = 10 + 1 = 11.

2. Zerlegen und Zusammenzählen:

| | |
|---|---|
| 11 = 10 + 1 | 10 + 1 = 11 |
| 11 = 9 + **1** + 1 = 9 + 2 | 9 + 2 = 11 |
| 11 = 8 + **2** + 1 = 8 + 3 | 8 + 3 = 11 |
| 11 = 7 + **3** + 1 = 7 + 4 | 7 + 4 = 11 |
| 11 = 6 + **4** + 1 = 6 + 5 | 6 + 5 = 11 |
| 11 = 5 + **5** + 1 = 5 + 6 | 5 + 6 = 11 |
| 11 = 4 + **6** + 1 = 4 + 7 | 4 + 7 = 11 |
| 11 = 3 + **7** + 1 = 3 + 8 | 3 + 8 = 11 |
| 11 = 2 + **8** + 1 = 2 + 9 | 2 + 9 = 11 |

Seite 25 ist darauf hingedeutet, wie wichtig es sei, daß die Ergänzungen der Grundzahlen zur Zahl Zehn recht geläufig gemacht werden.

a) Anschaulich an der Rechenmaschine, an Münzen, mit Punkten an der Wandtafel. b) Frei im Kopfe, in und außer der Reihe. c) Angewandte Aufgaben. — Ebenso bei den folgenden Übungen.

3. Abziehen. 11 — 1 = 10
11 — 1 — 1 = 11 — 2 = 9
11 — 1 — 2 = 11 — 3 = 8
11 — 1 — 3 = 11 — 4 = 7
11 — 1 — 4 = 11 — 5 = 6
11 — 1 — 5 = 11 — 6 = 5
11 — 1 — 6 = 11 — 7 = 4
11 — 1 — 7 = 11 — 8 = 3
11 — 1 — 8 = 11 — 9 = 2

4. Unterscheiden. 11 ist um 1 mehr als 10; 10 ist um 1 weniger als 11; 11 ist um 1 + 1 = 2 mehr als 9; 9 ist um 2 weniger als 11; 11 ist um 1 + 2 = 3 mehr als 8; 8 ist um 3 weniger als 11 ꝛc. ꝛc.

5. **Zerfällen, Vervielfachen, Enthaltensein.**

| | |
|---|---|
| ●●\|●●\|●●\|●●\|●●<br>● | 11 = 5 × 2 + 1 |
| ●●●\|●●●\|●●●<br>●● | 11 = 3 × 3 + 2 |
| ●●●●\|●●●●<br>●●● | 11 = 2 × 4 + 3 |
| ●●●●●\|●●●●●<br>● | 11 = 2 × 5 + 1 |
| ●●●●●●<br>●●●●● | 11 = 1 × 6 + 5 |
| ●●●●●●●<br>●●●● | 11 = 1 × 7 + 4 |
| ●●●●●●●●<br>●●● | 11 = 1 × 8 + 3 |
| ●●●●●●●●●<br>●● | 11 = 1 × 9 + 2 |
| ●●●●●●●●●●<br>● | 11 = 1 × 10 + 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5 × 2 + 1 = 11 | 2 in 11 = 5mal | enth. | R. 1 |
| 3 × 3 + 2 = 11 | 3 in 11 = 3mal | " | R. 2 |
| 2 × 4 + 3 = 11 | 4 in 11 = 2mal | " | R. 3 |
| 2 × 5 + 1 = 11 | 5 in 11 = 2mal | " | R. 1 |
| 1 × 6 + 5 = 11 | 6 in 11 = 1mal | " | R. 5 |
| 1 × 7 + 4 = 11 | 7 in 11 = 1mal | " | R. 4 |
| 1 × 8 + 3 = 11 | 8 in 11 = 1mal | " | R. 3 |
| 1 × 9 + 2 = 11 | 9 in 11 = 1mal | " | R. 2 |
| 1 × 10 + 1 = 11 | 10 in 11 = 1mal | " | R. 1 |

6. **Wiederholung.** In welche 2 Zahlen kann man 11 zerlegen? Wie viel ist 10 + 1? 9 + 2? 7 + 3?

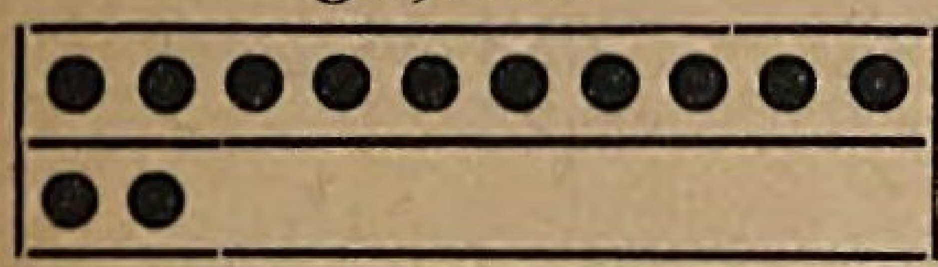
Wie viel muß man zu 1 (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) legen, um 11 zu erhalten? Wie viel muß man von 11 wegnehmen, um 9 (7, 4, 3 ꝛc.) zu erhalten?

Um wie viel ist 11 mehr als 8 (6, 3, 5 ꝛc.)? Um wie viel ist 9 (4, 3, 7 ꝛc.) weniger als 11?

11 ist wie vielmal 2 (3, 4, 5)? Wie oft ist 2 (3, 4, 5) in 11 enthalten?

## Die Zahl 12.

Zahlbild.



1. Bilden. 10 + 2 = 1 Zehner + 2 Einer. Die zwei Einer gehören zum 2. Zehner. — Zehn + zwei = zwölf = 12.

Die Ziffer 1 links bezeichnet einen Zehner und die Ziffer 2 rechts zwei Einer. Beide zusammen gelten also 1 Zehner und 2 Einer, 10 + 2 = 12.

2. Zerlegen und Zusammenzählen:

| | |
|---|---|
| 12 = 10 + 2 | 10 + 2 = 12 |
| 12 = 9 + **1** + 2 = 9 + 3 | 9 + 3 = 12 |
| 12 = 8 + **2** + 2 = 8 + 4 | 8 + 4 = 12 |
| 12 = 7 + **3** + 2 = 7 + 5 | 7 + 5 = 12 |
| 12 = 6 + **4** + 2 = 6 + 6 | 6 + 6 = 12 |
| 12 = 5 + **5** + 2 = 5 + 7 | 5 + 7 = 12 |
| 12 = 4 + **6** + 2 = 4 + 8 | 4 + 8 = 12 |
| 12 = 3 + **7** + 2 = 3 + 9 | 3 + 9 = 12 |
| 12 = 2 + **8** + 2 = 2 + 10 | 2 + 10 = 12 |

3. Abziehen. 12 — 2 = 10
12 — 2 — 1 = 12 — 3 = 9
12 — 2 — 2 = 12 — 4 = 8
12 — 2 — 3 = 12 — 5 = 7
12 — 2 — 4 = 12 — 6 = 6
12 — 2 — 5 = 12 — 7 = 5
12 — 2 — 6 = 12 — 8 = 4
12 — 2 — 7 = 12 — 9 = 3
12 — 2 — 8 = 12 — 10 = 2

4. Unterscheiden. 12 ist um 2 mehr als 10; 10 ist um 2 weniger als 12; 12 ist um 2 + 1 = 3 mehr als 9; 9 ist um 3 weniger als 12; 12 ist um 2 + 2 = 4 mehr als 8; 8 ist um 4 weniger als 12 2c.

5. Zerfällen, Vervielfachen, Enthaltensein und Teilen:

| | | |
|---|---|---|
| ●●\|●●\|●●\|●●\|●●<br>●● | $12 = 6 \times 2$ | $6 \times 2 = 12$ |
| ●●●\|●●●\|●●●<br>●●● | $12 = 4 \times 3$ | $4 \times 3 = 12$ |
| ●●●●\|●●●●<br>●●●● | $12 = 3 \times 4$ | $3 \times 4 = 12$ |
| ●●●●●\|●●●●●<br>●● | $12 = 2 \times 5 + 2$ | $2 \times 5 + 2 = 12$ |
| ●●●●●●<br>●●●●●● | $12 = 2 \times 6$ | $2 \times 6 = 12$ |
| ●●●●●●●<br>●●●●● | $12 = 1 \times 7 + 5$ | $1 \times 7 + 5 = 12$ |
| ●●●●●●●●<br>●●●● | $12 = 1 \times 8 + 4$ | $1 \times 8 + 4 = 12$ |
| ●●●●●●●●●<br>●●● | $12 = 1 \times 9 + 3$ | $1 \times 9 + 3 = 12$ |
| ●●●●●●●●●●<br>●● | $12 = 1 \times 10 + 2$ | $1 \times 10 + 2 = 12$ |

| | | |
|---|---|---|
| 2 in 12 = 6mal enthalten, | | $\frac{1}{6}$ von 12 = 2 |
| 3 in 12 = 4mal " | | $\frac{1}{4}$ von 12 = 3 |
| 4 in 12 = 3mal " | | $\frac{1}{3}$ von 12 = 4 |
| 5 in 12 = 2mal " | Rest 2 | $\frac{1}{2}$ von 12 = 6 |
| 6 in 12 = 2mal " | | |
| 7 in 12 = 1mal " | Rest 5 | |
| 8 in 12 = 1mal " | " 4 | |
| 9 in 12 = 1mal " | " 3 | |
| 10 in 12 = 1mal " | " 2 | |

6. Wiederholung. In welche 2 Zahlen kann man die Zahl 12 zerlegen? 10 + 2 =? 9 + 2 =? 8 + 4 =? 7 + 3 =? 8 + ? = 11; 7 + ? = 12; 6 + ? = 11: 9 + ? = 12; 2c.

Wie viel muß man zu 8 (5, 7, 3, 9, 4) legen, um 11 (12) zu erhalten? – Um wie viel ist 12 (11) größer als 7 (4, 6, 8, 10, 5, 9)? — Wie oft kann man 2 (3, 4, 6) von 12 wegnehmen? Wie oft ist also 2 (3, 4, 6) in 12 enthalten?

Zerlege die Zahl 12 in 2 (3, 4, 6) gleiche Teile! Wie viel ist $\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$) von 12?

Ähnlich wird jede folgende Zahl dieses Zehners behandelt.

## Übersicht und Wiederholung der Zahlen von 11 bis 20.

### Die vier Grundrechnungsarten.

Mündlich und schriftlich. Veranschaulichungsmittel nur im Notfalle.

### Zusammenzählen.

1. Zuzählen der Grundzahlen innerhalb des zweiten Zehners.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Addiere | zu | 11 | die | Zahlen | von | 1 bis 9 |
| " | " | 12 | " | " | " | 1 " 8 |
| " | " | 13 | " | " | " | 1 " 7 |
| " | " | 14 | " | " | " | 1 " 6 |
| " | " | 15 | " | " | " | 1 " 5 |
| " | " | 16 | " | " | " | 1 " 4 |
| " | " | 17 | " | " | " | 1 " 3 |
| " | " | 18 | " | " | " | 1 und 2 |
| " | " | 19 | " | Zahl 1! | | |

$2 + 3 = ?$ $12 + 3 = ?$ $11 + 8 = ?$ $14 + 6 = ?$ $17 + ? = 19$; $14 + ? = 20$; $13 + ? = 18$; $12 + ? = 16$.

Reihen: $2 + 2 = 4$; $4 + 2 = 6$ 2c.; $1 + 3 = 4$; $4 + 3 = 7$ 2c. 2c.

2. Zuzählen der Grundzahlen mit Übergang aus dem ersten Zehner in den zweiten.

Die rasche Lösung von Aufgaben, bei denen ein Übergang vom ersten Zehner in den zweiten stattfindet, setzt voraus:

a) daß der Schüler unbedingt sicher in der Ergänzung jeder Grundzahl zu 10 ist, d. h. daß er sofort erkennt, wie viel man zu jeder Zahl unter 10 legen muß, um 10 zu erhalten;

b) daß er den zweiten Summanden (d. i. Grundzahl), schnell in zwei Zahlen so zerlegen kann, daß man dadurch eine Ergänzung des ersten Summanden zu 10 erhält;

c) daß er jede Grundzahl sofort mit 10 verbinden kann.

Durch die bisherigen Übungen ist eine solche Lösung schon vorbereitet, und der Lehrer hat die Sache nur weiter zu üben und zur mündlichen und schriftlichen Darstellung Anleitung zu geben.

## Addition der Grundzahlen von 2 bis 9 zur Zahl 9.

Da die Zahl 1 die Ergänzung der Zahl 9 zu 10 bildet, so werden die zu addierenden Zahlen auf folgende Weise zerlegt:

| | |
|---|---|
| $2 = 1 + 1$ | $6 = 1 + 5$ |
| $3 = 1 + 2$ | $7 = 1 + 6$ |
| $4 = 1 + 3$ | $8 = 1 + 7$ |
| $5 = 1 + 4$ | $9 = 1 + 8$ |

$9 + 2 = ?$ Sprechweise bei der mündlichen Lösung:

$9 + 2$ oder $9 + 1 + 1$; $9 + 1 = 10$; $10 + 1 = 11$, also ist $9 + 2 = 11$. Anfangs wird jede Aufgabe ausführlich gelöst. Erst wenn durch vielfache Übung gewiß ist, daß die Schüler an diesem Gedankengange festhalten, wenn sie ihn nicht mehr aussprechen müssen, kann es gestattet werden, die Aufgabe mit dem Resultate allein zu sprechen.

Schriftliche Darstellung:

$$9 + 7 = ?$$

$$9 + 1 = 10$$
$$10 + 6 = 16$$

$$9 + 7 = 16$$

In ähnlicher Weise geschieht die Addition der Zahlen

von 3 bis 9 zu 8
„ 4 „ 9 „ 7
„ 5 „ 9 „ 6
„ 6 „ 9 „ 5
„ 7 „ 9 „ 4
„ 8 und 9 „ 3
„ 9 „ 2

Die Aufgaben der Addition mit Übergang aus dem ersten Zehner in den zweiten sind so geordnet, daß zuerst sämtliche Grundzahlen zu 9, dann zu 8, zu 7 u. s. w. gezählt werden. Dadurch wird den Kindern die Lösung bedeutend leichter, als wenn man damit beginnt, eine Grundzahl zu verschiedenen Grundzahlen zu addieren. Bei der Zerlegung, welche bei der Berechnung derartiger Aufgaben erforderlich ist, bleibt bei dieser Anordnung der erste Summand längere Zeit der nämliche, während nur der zweite Summand wechselt.

Auf ähnlichen Erwägungen beruht die Anordnung, in der die Fälle der Subtraktion vorgeführt sind.

## Das Einsundeins.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1+1 | 1+2 | 1+3 | 1+4 | 1+5 | 1+6 | 1+7 | 1+8 | 1+9 |
| 2+1 | 2+2 | 2+3 | 2+4 | 2+5 | 2+6 | 2+7 | 2+8 | 2+9 |
| 3+1 | 3+2 | 3+3 | 3+4 | 3+5 | 3+6 | 3+7 | 3+8 | 3+9 |
| 4+1 | 4+2 | 4+3 | 4+4 | 4+5 | 4+6 | 4+7 | 4+8 | 4+9 |
| 5+1 | 5+2 | 5+3 | 5+4 | 5+5 | 5+6 | 5+7 | 5+8 | 5+9 |
| 6+1 | 6+2 | 6+3 | 6+4 | 6+5 | 6+6 | 6+7 | 6+8 | 6+9 |
| 7+1 | 7+2 | 7+3 | 7+4 | 7+5 | 7+6 | 7+7 | 7+8 | 7+9 |
| 8+1 | 8+2 | 8+3 | 8+4 | 8+5 | 8+6 | 8+7 | 8+8 | 8+9 |
| 9+1 | 9+2 | 9+3 | 9+4 | 9+5 | 9+6 | 9+7 | 9+8 | 9+9 |
| 10+1 | 10+2 | 10+3 | 10+4 | 10+5 | 10+6 | 10+7 | 10+8 | 10+9 |

3. Zuzählen zusammengesetzter Zahlen:

$5 + 12 = 5 + 10 + 2;\ 5 + 10 = 15;\ 15 + 2 = 17.$

Man gestatte den Schülern nicht, daß sie die Summanden vertauschen, daß sie statt 5 + 12 nehmen 12 + 5. Diese Übung

muß unverändert stehen bleiben als Vorstufe für das Zusammenzählen zweistelliger Zahlen zu zweistelligen.

4. Nun folgen Aufgaben mit 3 und mehr Summanden, z. B.

| $3 + 6 + 8 = ?$ | $5 + 4 + 7 + 3 = ?$ |
| --- | --- |
| $3 + 6 = 9$ | $5 + 4 = 9$ |
| $9 + 8 = 17$ | $9 + 7 = 16$ |
| $3 + 6 + 8 = 17$ | $16 + 3 = 19$ |
| | $5 + 4 + 7 + 3 = 19$ |

Solche Aufgaben werden zuerst mündlich, dann schriftlich ausführlich, hierauf schriftlich in der Weise gelöst, daß nur das Resultat hinzugesetzt wird, z. B. $5 + 4 + 7 + 3 = 19$. Man vermeide Darstellungen wie: $3 + 6 = 9 + 8 = 17$; $5 + 4 = 9 + 7 = 16 + 3 = 19$. Da diese Form der Bedeutung des Gleichheitszeichens widerspricht, so ist sie verwerflich. Das Gleichheitszeichen darf nur dann gebraucht werden, wenn zwei Größen, deren Gleichheit sich nach Ausführung der geforderten Operation ergibt, einander gegenüber stehen. Überhaupt sind Abkürzungen unzulässig, wenn darunter die Korrektheit des Ausdruckes leidet.

## Angewandte Aufgaben.

1. In einem Garten stehen 11 (13, 15, 12, 14) Apfelbäume und 5 Birnbäume; wie viel Obstbäume sind dies im ganzen?

2. Ein Knabe hütet 13 Schafe und 2 (7, 5, 3, 4, 6) Ziegen; wie viele Stück im ganzen?

3. Richard ist 14 Jahre alt, Otto ist 2 (6, 4, 3, 2, 5) Jahre älter; wie alt ist Otto?

4. Ein Gutsbesitzer hat 9 Ackerpferde, 2 Wagenpferde und 1 Reitpferd. Wie viele Pferde hat er?

5. Der Vater war eine Woche und 5 Tage verreist; wie lange dauerte die Reise?

6. Max ist in der Fibel auf der 9. Seite, Franz ist 3 (5, 4, 6) Seiten weiter. Auf welcher Seite liest Franz?

7. Welche Zahl ist um 7 größer als 8?

8. Außer Vater und Mutter sind noch 5 Kinder und 6 Dienstboten bei Tische. Wie viele Personen sind dies?

9. Ein Knabe hat am Montag 4, am Dienstag 4 und am Mittwoch 3 Stunden Unterricht. Wie viele Stunden sind dies zusammen?

10. Anna ist 7 Jahre alt, Bertha ist 6 Jahre älter. Wie alt ist Bertha? Wie alt sind beide Mädchen zusammen?

## Abziehen.

1. Abziehen der Grundzahlen innerhalb des zweiten Zehners.

Subtrahiere von 20 die Zahlen 1 bis 10
" " 19 " " 1 " 9
" " 18 " " 1 " 8
" " 17 " " 1 " 7
" " 16 " " 1 " 6
" " 15 " " 1 " 5
" " 14 " " 1 " 4
" " 13 " " 1 " 3
" " 12 " " 1 und 2
" " 11 die Zahl 1!

5 — 3 = ? 15 — 3 = ? 16 — 5 = ? 20 — 8 = ?
9 — 5 = ? 19 — 5 = ? 14 — 3 = ? 20 — 5 = ?

Reihen: 20 — 2 = 18; 18 — 2 = 16 ꝛc; 19 — 3 = 16; 16 — 3 = 13 ꝛc.; 18 — 4 = 14; 14 — 4 = 10; 20 — 5 = 15; 15 — 5 = 10 ꝛc.

2. Abziehen der Grundzahlen mit Übergang aus dem zweiten Zehner in den ersten. Bei Lösung jener Aufgaben, welche ein Zurückgehen vom zweiten Zehner in den ersten erfordern, muß der Schüler

a) sofort erkennen, wie viel er von der Vollzahl wegnehmen muß, um 10 zu erhalten,

b) die Grundzahlen rasch und sicher von 10 abziehen können.

## Subtraktion der Grundzahlen von 2 bis 9 von der Zahl 11.

11 — 2 = ? Sprechweise bei der mündlichen Lösung:

11 weniger 2, oder 11 weniger 1 weniger 1;

11 — 1 = 10; 10 — 1 = 9; mithin 11 — 2 = 9.

Im Anfange wird jede Aufgabe auf diese ausführliche Weise gelöst. Wenn hierin Sicherheit und Geläufigkeit erreicht ist, kann der Schüler die Lösung in Gedanken machen und die Aufgaben mit dem Resultate allein sprechen: 11 — 2 = 9.

Schriftliche Darstellung:

11 — 7 = ?

11 — 1 = 10
10 — 6 = 4

11 — 7 = 4

In ähnlicher Weise wird behandelt die Subtraktion

der Zahlen von 3 bis 9 von der Zahl 12
" " " 4 " 9 " " " 13
" " " 5 " 9 " " " 14
" " " 6 " 9 " " " 15
" " " 7 " 9 " " " 16
" " " 8 und 9 " " " 17
" Zahl 9 " " " 18

## Das Einsvoneins.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1—1 | 2—2 | 3—3 | 4—4 | 5—5 | 6—6 | 7—7 | 8—8 | 9—9 |
| 2—1 | 3—2 | 4—3 | 5—4 | 6—5 | 7—6 | 8—7 | 9—8 | 10—9 |
| 3—1 | 4—2 | 5—3 | 6—4 | 7—5 | 8—6 | 9—7 | 10—8 | 11—9 |
| 4—1 | 5—2 | 6—3 | 7—4 | 8—5 | 9—6 | 10—7 | 11—8 | 12—9 |
| 5—1 | 6—2 | 7—3 | 8—4 | 9—5 | 10—6 | 11—7 | 12—8 | 13—9 |
| 6—1 | 7—2 | 8—3 | 9—4 | 10—5 | 11—6 | 12—7 | 13—8 | 14—9 |
| 7—1 | 8—2 | 9—3 | 10—4 | 11—5 | 12—6 | 13—7 | 14—8 | 15—9 |
| 8—1 | 9—2 | 10—3 | 11—4 | 12—5 | 13—6 | 14—7 | 15—8 | 16—9 |
| 9—1 | 10—2 | 11—3 | 12—4 | 13—5 | 14—6 | 15—7 | 16—8 | 17—9 |
| 10—1 | 11—2 | 12—3 | 13—4 | 14—5 | 15—6 | 16—7 | 17—8 | 18—9 |

Abziehen zusammengesetzter Zahlen.

Aufgabe:

17 — 14 = ? 17 — 10 = 7; 7 — 4 = 3; 17 — 14 = 3.

Die in den beiden ersten Zahlenreihen (1 bis 10, 1 bis 20) behandelten Additions- und Subtraktionsaufgaben nennt man Grund- oder Fundamentalaufgaben, da sich alle weiteren Additions- und Subtraktionsaufgaben auf diese Fälle gründen. Grundaufgaben oder Grundfälle der Addition sind die Additionsaufgaben, in welchen die beiden Summanden Grundzahlen sind. Grundaufgaben oder Grundfälle der Subtraktion sind die Subtraktionsaufgaben, in welchen die Abzugszahlen und Reste Grundzahlen sind.

In Bezug auf die angegebenen Lösungsmethoden für die Addition und Subtraktion mit Übergang aus dem ersten Zehner in den zweiten und umgekehrt, sei bemerkt, daß auch noch andere, ebenfalls auf das Bildungsgesetz unseres Zahlensystems gegründete Auflösungen möglich sind, nämlich man kann beim Addieren erst 10 hinzulegen und dann das zu viel Hinzugelegte wieder subtrahieren, z. B. 6 + 8 = (6 + 10) — 2 = 16 — 2 = 14, oder man kann beim Subtrahieren erst von 10 subtrahieren und dann den Rest zu den Einern der Vollzahl addieren, z. B.

$$14 - 8 = (10 - 8) + 4 = 2 + 4 = 6$$

Aufgaben wie z. B. 8 + ? = 15 werden durch Hinaufzählen gelöst; es wird zuerst der Zehner vollgemacht, also (8 + 2) + 5 = 10 + 5 = 15; mithin 8 + **7** = 15.

## Angewandte Aufgaben.

1. Karl hat 20 (15, 17, 19, 16, 18) Schusser; er verliert beim Spiele 4 (3); wie viel hat er noch?

2. Eine Hausfrau hat 19 Stück Eier; 3 (7, 4, 6, 2, 8, 5) Stück wurden verkauft; wie viel Stück sind noch vorhanden?

3. An einem Tische sitzen 11 Personen; 2 (5, 7, 4, 8, 3) Personen stehen auf und gehen fort. Wie viele Personen bleiben sitzen?

4. Ein Landmann erhält von seinen Kühen täglich 14 l Milch; wie viel kann er verkaufen, wenn er für die Haushaltung täglich 5 (7, 9, 6, 8) l braucht?

5. Wie viele Stunden fehlen bis 12 Uhr mittags a) um 6 Uhr morgens, b) um 9 Uhr vormittags?

6. Wie viel bleibt, wenn man 7 von 15 abzieht?

7. Welche Zahl ist um 5 kleiner als 12?

8. Wilhelm hatte 14 Nüsse; er aß davon 7 (9, 6, 8, 5). Wie viel hat er noch?

9. Sophie hat für 15 ₰ Zwirn gekauft. Wie viele Pfennig zahlt der Kaufmann auf ein Zwanzigpfennigstück heraus? Wie rechnet er beim Aufzählen des Geldes? (Der Kaufmann gibt ein Fünfpfennigstück zurück und spricht: „15 ₰ (der Preis des Zwirns) und 5 ₰ sind 20 ₰“).

10. Albert kauft für 5 ₰ eine Briefmarke, für 6 ₰ Stahlfedern und für 5 ₰ Papier. Wie viel erhält er auf ein Zwanzigpfennigstück zurück?

## Vervielfachen, Zerfällen, Enthaltensein und Teilen.

Die Übungen des Vervielfachens und Teilens in der Zahlenreihe von 1 bis 20 haben nicht die Bedeutung wie die beiden vorhergehenden Grundrechnungsarten. Während von letzteren alle Grundaufgaben in diesem Zahlengebiete liegen, gehört von jenen nur ein kleiner Teil hieher. Doch ist es sehr zweckmäßig, auf Grund der innerhalb dieser Zahlenreihe liegenden Additionsreihen mit den Grundzahlen das Einmaleins vorzuführen.

Die Reihenfolge der Übungen ist folgende:

a) Bilden der Produkte,
b) Zerfällen der vorhandenen Produkte in Faktoren,
c) Enthaltensein,
d) Teilen.

$$2+2=2\times2=4$$
$$2+2+2=3\times2=6$$
$$2+2+2+2=4\times2=8$$
$$2+2+2+2+2=5\times2=10$$
$$2+2+2+2+2+2=6\times2=12$$
$$2+2+2+2+2+2+2=7\times2=14$$
$$2+2+2+2+2+2+2+2=8\times2=16$$
$$2+2+2+2+2+2+2+2+2=9\times2=18$$
$$2+2+2+2+2+2+2+2+2+2=10\times2=20$$

Hersagen des Einmaleins in der Reihenfolge. Tüchtige Einübung außer der Reihe. Bei Stockungen Erinnerung an den Aufbau, z. B. 5 × 2. Zähle 5 Zweier zusammen. Wie viel ist also 5 × 2? Hersagen der Zahlenreihe 2, 4, 6, 8 2c.; rückwärts 20, 18, 16 2c.

| | |
|---|---|
| b) 4 = 2 × 2 | c) 2 in 4 = 2 mal enthalten |
| 6 = 3 × 2 | 2 in 6 = 3 " " |
| 8 = 4 × 2 | 2 in 8 = 4 " " |
| 10 = 5 × 2 | 2 in 10 = 5 " " |
| 12 = 6 × 2 | 2 in 12 = 6 " " |
| 14 = 7 × 2 | 2 in 14 = 7 " " |
| 16 = 8 × 2 | 2 in 16 = 8 " " |
| 18 = 9 × 2 | 2 in 18 = 9 " " |
| 20 = 10 × 2 | 2 in 20 = 10 " " |

d) Wie viel ist die Hälfte von 4 (6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20)? Fragen außer der Reihe.

| | |
|---|---|
| a) 3+3 = 2×3 = 6 | b) 6 = 2×3 |
| 3+3+3 = 3×3 = 9 | 9 = 3×3 |
| 3+3+3+3 = 4×3 = 12 | 12 = 4×3 |
| 3+3+3+3+3 = 5×3 = 15 | 15 = 5×3 |
| 3+3+3+3+3+3 = 6×3 = 18 | 18 = 6×3 |

c) 3 in 6 = 2 mal enthalten
3 in 9 = 3 " "
3 in 12 = 4 " "
3 in 15 = 5 " "
3 in 18 = 6 " "

d) $\frac{1}{3}$ (der dritte Teil) von 6 (9, 12, 15, 18)? Außer der Reihe.

a) $4+4=2\times4=8$
$4+4+4=3\times4=12$
$4+4+4+4=4\times4=16$
$4+4+4+4+4=5\times4=20$

b) $8=2\times4$
$12=3\times4$
$16=4\times4$
$20=5\times4$

c) 4 in 8 = 2 mal enthalten
4 in 12 = 3 „ „
4 in 16 = 4 „ „
4 in 20 = 5 „ „

d) $\frac{1}{4}$ (der vierte Teil) von 8 (12, 16, 20)?

a) $5+5=2\times5=10$
$5+5+5=3\times5=15$
$5+5+5+5=4\times5=20$

b) $10=2\times5$
$15=3\times5$
$20=4\times5$

c) 5 in 10 = 2 mal enthalten
5 in 15 = 3 „ „
5 in 20 = 4 „ „

d) $\frac{1}{5}$ (der fünfte Teil) von 10 (15, 20)?

a) $6+6=2\times6=12$
$6+6+6=3\times6=18$

b) $12=2\times6$
$18=3\times6$

c) 6 in 12 = 2 mal enthalten
6 in 18 = 3 „ „

d) $\frac{1}{6}$ (der sechste Teil) von 12 (18)?

Die Summen aus 2 gleichen Posten $7+7=14$; $8+8=16$; $9+9=18$; $10+10=20$ sind ebenfalls in Produktenform $2\times7$, $2\times8$, $2\times9$, $2\times10$ einzuprägen, und es ist dann entsprechend den vorausgehenden Übungen das Enthaltensein und Teilen zu üben, woran sich angewandte Aufgaben schließen, wie: 1 m kostet 7 (8, 9, 10) *M*, wie teuer sind 2 m?

**Zerfällen sämtlicher Produktzahlen in der Zahlenreihe v. 1 bis 20.**

| | | |
|---|---|---|
| $4=2\times2$ | $12=6\times2$ | $16=2\times8$ |
| $6=3\times2$ | $12=4\times3$ | $18=9\times2$ |
| $6=2\times3$ | $12=3\times4$ | $18=6\times3$ |
| $8=4\times2$ | $12=2\times6$ | $18=3\times6$ |
| $8=2\times4$ | $15=5\times3$ | $18=2\times9$ |
| $9=3\times3$ | $15=3\times5$ | $20=10\times2$ |
| $10=5\times2$ | $16=8\times2$ | $20=5\times4$ |
| $10=2\times5$ | $16=4\times4$ | $20=4\times5$ |
| | | $20=2\times10$ |

## Teilen sämtlicher Produktzahlen in beiden Divisionsformen.

| | | |
|---|---|---|
| a) 2 in 4 = 2mal | 3 in 15 = 5mal | b) $\frac{1}{2}$ v. 4 = 2 |
| 2 in 6 = 3 „ | 5 in 15 = 3 „ | $\frac{1}{3}$ v. 6 = 2 |
| 3 in 6 = 2 „ | 2 in 16 = 8 „ | $\frac{1}{2}$ v. 6 = 3 |
| 2 in 8 = 4 „ | 4 in 16 = 4 „ | $\frac{1}{4}$ v. 8 = 2 |
| 4 in 8 = 2 „ | 8 in 16 = 2 „ | $\frac{1}{2}$ v. 8 = 4 |
| 3 in 9 = 3 „ | 2 in 18 = 9 „ | $\frac{1}{3}$ v. 9 = 3 |
| 2 in 10 = 5 „ | 3 in 18 = 6 „ | $\frac{1}{5}$ v. 10 = 2 |
| 5 in 10 = 2 „ | 6 in 18 = 3 „ | $\frac{1}{2}$ v. 10 = 5 |
| 2 in 12 = 6 „ | 9 in 18 = 2 „ | $\frac{1}{6}$ v. 12 = 2 |
| 3 in 12 = 4 „ | 2 in 20 = 10 „ | $\frac{1}{4}$ v. 12 = 3 |
| 4 in 12 = 3 „ | 4 in 20 = 5 „ | $\frac{1}{3}$ v. 12 = 4 |
| 6 in 12 = 2 „ | 5 in 20 = 4 „ | $\frac{1}{2}$ v. 12 = 6 |
| | 10 in 20 = 2 „ | |

| | |
|---|---|
| $\frac{1}{5}$ v. 15 = 3 | $\frac{1}{3}$ v. 18 = 6 |
| $\frac{1}{3}$ v. 15 = 5 | $\frac{1}{2}$ v. 18 = 9 |
| $\frac{1}{8}$ v. 16 = 2 | $\frac{1}{10}$ v. 20 = 2 |
| $\frac{1}{4}$ v. 16 = 4 | $\frac{1}{5}$ v. 20 = 4 |
| $\frac{1}{2}$ v. 16 = 8 | $\frac{1}{4}$ v. 20 = 5 |
| $\frac{1}{9}$ v. 18 = 2 | $\frac{1}{2}$ v. 20 = 10 |
| $\frac{1}{6}$ v. 18 = 3 | |

Die Aufgaben des Vervielfachens, in welchen beide Faktoren Grundzahlen sind, nennt man Grundfälle der Multiplikation. Jene Aufgaben des Teilens, in welchen der Divisor und der Quotient Grundzahlen sind, heißen Grundfälle des Teilens.

## Die Division mit Resten.

Voraus geht die (vollständige) Wiederholung des Einmaleins mit 2 und den Grundzahlen von 3 bis 9, insofern ihre Vielfache in der Zahlenreihe von 1 bis 20 liegen. In deren Grenzen wird hierauf die Division (Enthaltensein) mit Resten eingeführt.

Der Rest wird einfach genannt oder angeschrieben, aber nicht geteilt. Mit der Teilung der Reste beginnt man öfter auf dieser Stufe die Einführung in die Bruchzahlen, was aber entschieden

verfrüht sein dürfte. Den Bruchzahlen liegen eben andere als dekadische Einheiten zu Grunde; das Kind hat aber genug zu thun, um sich klare und deutliche Vorstellungen von den ganzen, d. h. den auf die dekadische Einheit gegründeten Zahlen zu erwerben.

5 = 2×2 + 1
2 in 5 = 2mal, Rest 1

7 = 3×2 + 1
2 in 7 = 3mal, Rest 1

9 = 4×2 + 1
2 in 9 = 4mal, Rest 1

Ebenso werden behandelt die Zahlen 11, 13, 15, 17 u. 19.

9 = 2×4 + 1
4 in 9 = 2mal, Rest 1

10 = 2×4 + 2
4 in 10 = 2mal, Rest 2

11 = 2×4 + 3
4 in 11 = 2mal, Rest 3

Ebenso die Zahlen 13, 14, 15, 17, 18 u. 19.

13 = 2×6 + 1
6 in 13 = 2mal, Rest 1

14 = 2×6 + 2
6 in 14 = 2mal, Rest 2

Ebenso die Zahlen 15, 16, 17, 19 u. 20.

17 = 2×8 + 1
8 in 17 = 2mal, Rest 1

Ebenso die Zahlen 18, 19 und 20.

7 = 2×3 + 1
3 in 7 = 2mal, Rest 1

8 = 2×3 + 2
3 in 8 = 2mal, Rest 2

Ebenso die Zahlen 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19 u. 20.

11 = 2×5 + 1
5 in 11 = 2mal, Rest 1

12 = 2×5 + 2
5 in 12 = 2mal, Rest 2

13 = 2×5 + 3
5 in 13 = 2mal, Rest 3

Ebenso die Zahlen 14, 16, 17, 18 u. 19.

15 = 2×7 + 1
7 in 15 = 2mal, Rest 1

16 = 2×7 + 2
7 in 16 = 2mal, Rest 2

Ebenso die Zahlen 17, 18, 19 und 20.

19 = 2×9 + 1
9 in 19 = 2mal, Rest 1

20 = 2×9 + 2
9 in 20 = 2mal, Rest 2.

## Angewandte Aufgaben.

I.

1. Wie viele Pfennig sind 2 (3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) Zweipfennigstücke?

2. Ein Gutsbesitzer will mit 6 Pflügen pflügen und vor jeden Pflug 2 Pferde spannen; wie viele Pferde sind erforderlich?

3. Wie viele Seiten können in einem Hefte beschrieben werden, das 8 Blätter hat?

4. Die Schüler einer Schule gehen paarweise aus der Schule. Die Knaben bilden 9 Paare, die Mädchen 10 Paare. Wie viele Knaben und wie viele Mädchen besuchen die Schule?

5. Ein Knabe hat 5 Paar Tauben; wie viele Stück fehlen zu einem Dutzend?

6. Wie viele Zweipfennigstücke sind 2 (4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20) Pfennig?

7. Wie viele Paare sind 6 (8, 12, 4, 16, 10, 2, 14, 20) Stück?

8. Ein Bogen Papier kostet 2 ₰; wie viele Bogen erhält man für 18 (8, 6, 20, 12, 4, 16, 14, 10) ₰?

9. Richard ist 14 (18, 12) Jahre alt; sein Bruder Otto ist halb so alt. Wie alt ist Otto?

10. Marie hat von der Mutter 16 (20) Nüsse erhalten, welche sie mit ihrer Schwester Klara teilen soll. Wie viele Nüsse bekommt jedes Mädchen?

II.

1. Für einen Pfennig erhält man 3 Pflaumen, wie viel bekommt man für 2 (3, 4, 5, 6) ₰?

2. Eine Semmel kostet 3 ₰; was kosten 6 (4, 3, 2, 5) Semmeln?

3. Wie viele Blättchen haben 3 (6, 4, 5) Kleeblätter?

4. In einer Kirche hängt ein sechsarmiger Kronleuchter. Jeder Arm trägt 3 Kerzen; wie viele Kerzen sind dies?

5. Ein Knabe kauft 6 Griffel, das Stück zu 3 ₰; er bezahlt mit einem 20 Pfennigstück. Wie viele Pfennig bekommt er heraus?

6. Was ist mehr, die Hälfte von 12 oder der dritte Teil von 18?

7. Ein Knabe ist 3 Jahre alt, seine Schwester ist 5mal so alt. Wie alt sind beide Geschwister zusammen?

8. Wie viele Semmeln bekommt man für 15 (9, 18, 12, 6) ₰?

9. Eine braune Briefmarke kostet 3 ₰. Wie viele Marken erhält man für 9 (18, 15, 12, 6) ₰?

10. Karl soll mit seinem Bruder und seiner Schwester 9 (15, 12, 18) Äpfel teilen; wie viele Äpfel bekommt jedes?

## III.

1. Aus 1 Bogen Papier können 4 Quartblätter geschnitten werden; wie viele Quartblätter kann man aus 2 (3, 4, 5) Bogen schneiden?

2. Jeder Wagen hat 4 Räder; wie viele Räder sind zu 2 (3, 4, 5) Wagen erforderlich?

3. In einer Schulbank sitzen 4 Schüler; wie viele Bänke sind für 8 (12, 16, 20) Schüler erforderlich?

4. Auf einer Straße fahren 5 Wagen; vor jeden sind 4 Pferde gespannt. Wie viele Pferde sind es?

5. 4 Knaben sollen 20 (12, 8, 16) Äpfel unter sich teilen; wie viele Äpfel bekommt jeder?

6. Ein Bleistift kostet 5 ₰; wie teuer sind 2 (3) Bleistifte?

7. Ein Mädchen kauft 3 Kerzen. Eine Kerze kostet 5 ₰; wie viele Pfennig erhält es auf ein Zwanzigpfennigstück zurück?

8. Eine Zigarre kostet 5 ₰; wie viele Stück erhält man für 15 (20, 10) ₰?

9. Wie viele Fünfmarkstücke kann man für 10 (20, 15) ℳ einwechseln?

10. Anselm soll mit seinen 4 Geschwistern 15 (20, 10) Pflaumen teilen; wie viel bekommt ein Kind?

## IV.

1. Eine Woche hat 6 Arbeitstage; wie viele Arbeitstage haben 2 (3) Wochen?

2. Wie viele Arbeitswochen sind 18 (12) Arbeitstage?

3. Von einer Schnur, welche 12 (18) m lang ist, lassen sich wie oftmal 6 m abmessen und verkaufen?

4. Was ist mehr, der 5. Teil von 20 oder der 6. Teil von 18 und um wie viel?

5. Ein Fischer fing 18 Fische. Der dritte Teil davon waren Weißfische, der 6. Teil Karpfen und die übrigen Hechte. Wie viele Fische von jeder Art hat er gefangen?

6. Eine Woche hat 7 Tage; wie viele Tage haben 2 Wochen?

7. Wie viele Quartseiten haben 2 Bogen Papier?

8. Jemand hat für die Kost in einer Woche 14 ℳ bezahlt; wie viele Mark kommen (durchschnittlich) auf 1 Tag?

9. Wie viele Kegel gehören zu 2 Spielen?

10. Wie viele Pfennig sind 2 Zehnpfennigstücke?

11. Wie viele Wochen sind 14 Tage?

12. Wie viele Kegelspiele geben 18 Kegel?

13. Wie viele Kronen sind 20 Markstücke?

14. 1 l kostet 7 (8, 9, 10) ₰; wie viele Liter erhält man für 14 (16, 18, 20) ₰?

15. Wie viele 2-, 5- und 10 Pfennigstücke geben ein Zwanzigpfennigstück?

# Dritte Stufe.

Das Rechnen im dritten Schuljahre.

## Die Zahlenreihe von 1 bis 100.

Ebenso wie im ersten und zweiten, stehen auch im dritten Schuljahre die mündlichen und schriftlichen Darstellungsformen im engen Zusammenhange. Was schriftlich dargestellt wird, ist vorher in derselben Form mündlich dargestellt worden, oder hätte doch, wenn es geschehen wäre, in derselben Form dargestellt werden müssen. Daher lassen sich auf dieser Stufe die beiden Darstellungsformen überhaupt nicht streng auseinander halten.

Beim Zusammenzählen und Abziehen tritt jedoch am Schlusse die im schriftlichen Rechnen übliche Anschreibeform und Berechnungsweise mit Beisetzung der Rechenzeichen ein. Die Bezeichnungen: Posten, Summe, Vollzahl, Abzugszahl, Rest, Unterschied werden kennen gelernt und gebraucht.

Die Übungen im Bilden, Lesen und Schreiben zweistelliger Zahlen, wozu im 2. Zehner bereits der Anfang gemacht wurde, werden fortgesetzt und zum Abschlusse gebracht. Zunächst erfolgt der Aufbau des Hunderters in reinen Zehnerzahlen: 10, 20, 30 . . . 100. Diese Zehnerzahlen, welche sich zu einander ähnlich verhalten, wie die Einerzahlen der Reihe von 1 bis 10, bilden die feste Grundlage und bezeichnen die Abschnitte der Zahlenreihe von 1 bis 100.

Aus den Zehnern und Einern sind dann die gemischten Zehnerzahlen zu bilden. Bei den Übungen im Zählen kommt man auf die Bildung der einzelnen Zahlen aus den vorhergehenden durch Hinzufügung der Eins. Dies soll jedoch nicht in einem Zuge geschehen, sondern in den durch die Zehnerzahlen gebildeten Abschnitten, weil es vielen Kindern nicht möglich ist, eine so große Menge von Zahlen (von 20 bis 100) aufzufassen.

Soll die Auffassung der neuen Zahlen eine recht klare und deutliche werden, dann muß jeder neue Abschnitt mit den vorher-

gehenden Abschnitten zu einem Ganzen vereinigt auftreten, d. h. die Zahlenreihe 21 bis 30 muß in der Reihe 1 bis 30, die Zahlenreihe 31 bis 40 in der Reihe 1 bis 40 u. s. w. vorkommen. Zunächst wird die Zahlenreihe von 20 bis 30 erweitert. Man beginnt wieder mit der Auffassung der Zahlen von 20 bis 30 an der Rechenmaschine.

### Das Auffassen der Zahlen von 20 bis 30.

Zweimal 10 Kugeln der beiden obersten Drähte veranschaulichen die beiden Zehner, zu denen nach und nach 1 bis 10 Einer des dritten Drahtes genommen werden.

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) 20+1= | b) 20+3= | c) 23=20+3 | d) 10+10+4= |
| 20+2= | 20+7= | 25=20+5 | 10+10+6= |
| 20+3= | 20+10= | 29=20+9 | 10+10+8= |
| u. s. w. | u. s. w. | u. s. w. | u. s. w. |

| | | |
|---|---|---|
| e) 2×10+1= | f) 23=2×10+ | g) 2 Z + 3 E = 23 E |
| 2×10+3= | 25=2×10+ | 2 Z + 7 E = 27 E |
| 2×10+8= | 29=2×10+ | 2 Z + 9 E = 29 E |
| u. s. w. | u. s. w. | u. s. w. |

h) 22 E = 2 Z + 2 E
26 E = 2 Z + 6 E
28 E = 2 Z + 8 E
u. s. w.

## Die Grundrechnungsarten in der Zahlenreihe von 1 bis 30.

Mündlich und schriftlich.

### Zusammenzählen.

1. Zuzählen der Grundzahlen innerhalb des dritten Zehners.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Zähle zu | 21 | die | Zahlen | 1 bis | 9 |
| „ „ | 22 | „ | „ | 1 „ | 8 |
| „ „ | 23 | „ | „ | 1 „ | 7 |
| „ „ | 24 | „ | „ | 1 „ | 6 |
| „ „ | 25 | „ | „ | 1 „ | 5 |
| „ „ | 26 | „ | „ | 1 „ | 4 |
| „ „ | 27 | „ | „ | 1 „ | 3 |
| „ „ | 28 | „ | „ | 1 und | 2 |
| „ „ | 29 | „ | Zahl | 1! | |

$5 + 4 = ?$ $15 + 4 = ?$ $25 + 4 = ?$

$16 + ? = 19$; $26 + ? = 29$; $23 + ? = 28$; $22 + ? = 27$.

25 (22, 27, 24, 29, 26, 23, 21, 28) + ? = 30.

Reihen: $2 + 2 = 4$; $4 + 2 = 6$ ꝛc. bis 30.

2. Zuzählen der Grundzahlen mit Übergang aus dem zweiten Zehner in den dritten.

Man kann entsprechend den Übungen im 2. Zehner zuerst sämtliche Grundzahlen zur Zahl 19 addieren.

In ganz ähnlicher Weise wird behandelt die Addition der Grundzahlen

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| von | 3 | bis | 9 | zu | 18 |
| „ | 4 | „ | 9 | „ | 17 |
| „ | 5 | „ | 9 | „ | 16 |
| „ | 6 | „ | 9 | „ | 15 |
| „ | 7 | „ | 9 | „ | 14 |
| „ | 8 | u. | 9 | „ | 13 |
| „ | 9 | | | „ | 12 |

Reihen: $1 + 3 = 4$; $4 + 3 = 7$; $7 + 3 = 10$ ꝛc.

$13 + ? = 21$; $19 + ? = 25$; $14 + ? = 22$; $16 + ? = 23$.

## Abziehen.

1. Abziehen der Grundzahlen innerhalb des dritten Zehners.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Subtrahiere | von | 30 | die | Zahl | 1 | bis | 10 |
| „ | „ | 29 | „ | „ | 1 | „ | 9 |
| „ | „ | 28 | „ | „ | 1 | „ | 8 |
| „ | „ | 27 | „ | „ | 1 | „ | 7 |
| „ | „ | 26 | „ | „ | 1 | „ | 6 |
| „ | „ | 25 | „ | „ | 1 | „ | 5 |
| „ | „ | 24 | „ | „ | 1 | „ | 4 |
| „ | „ | 23 | „ | „ | 1 | „ | 3 |
| „ | „ | 22 | „ | „ | 1 | und | 2 |
| „ | „ | 21 | „ | Zahl | 1! | | |

8 — 5 = ?  18 — 5 = ?  28 — 5 = ?  30 — 6 = ?

7 — 4 = ?  17 — 4 = ?  27 — 4 = ?  30 — 8 = ?

Reihen: 30 — 2 = 28; 28 — 2 = 26 2c.; 30 — 5 = 25; 25 — 5 = 20 2c.

2. Abziehen der Grundzahlen mit Übergang aus dem dritten Zehner in den zweiten.

Subtraktion der Grundzahlen

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| von | 2 | bis | 9 | von | der | Zahl | 21 |
| „ | 3 | „ | 9 | „ | „ | „ | 22 |
| „ | 4 | „ | 9 | „ | „ | „ | 23 |
| „ | 5 | „ | 9 | „ | „ | „ | 24 |
| „ | 6 | „ | 9 | „ | „ | „ | 25 |
| „ | 7 | „ | 9 | „ | „ | „ | 26 |
| „ | 8 | und | 9 | „ | „ | „ | 27 |
| „ | | | 9 | „ | „ | „ | 28 |

21 = 19 + ?  25 = 18 + ?  24 = 19 + ?  23 = 15 + ?

## Vervielfachen, Zerfällen, Messen und Teilen.

Das sichere Können des kleinen Einmaleins bildet die Grundlage für das Vervielfachen und Teilen. Das kleine Einmaleins besteht aus der reihenmäßigen Angabe aller Vielfachen der Zahlen 1 bis 10, so daß das höchste Vielfache 10 × 10 ist. Unbedingte Sicherheit darin entscheidet für den Erfolg des ganzen Rechenunterrichtes. Man spricht nicht nur dann von einer mangelhaften Schul-

bildung, wenn der halbwüchsige Bursche nur notdürftig lesen und schreiben kann, sondern auch dann, wenn er das Einmaleins nicht sicher inne hat.

Das Einmaleins wird durch die Additionsreihen mit den Grundzahlen innerhalb eines jeden Zehners vorbereitet. Beim dritten Zehner erlernen die Schüler das Einmaleins mit 3 vollständig, mit den übrigen Grundzahlen soweit, als ihre Vielfache innerhalb dieser Zahlenreihe liegen. Mit jedem neuen Zehner wird das Einmaleins einer weiteren Grundzahl zum Abschlusse gebracht, so daß beim letzten Zehner das kleine Einmaleins vollständig geübt ist, und der Schüler dasselbe sicher, fließend und schnell aufzusagen imstande ist.

Bei Einübung des kleinen Einmaleins leistet die erweiterte Pestalozzische Einertabelle vorzügliche Dienste. Diese soll allmählich vor den Augen der Kinder entstehen und von diesen selbst auf einem Quartblatte geführt und rechtzeitig ergänzt werden. (Nachbildung derselben siehe am Ende dieses Buches!)

Fertige Einmaleinstabellen sind durchaus zu verwerfen. Die Einprägung außer der Reihe geschieht durch Fragen und ist Sache der Schule. Je mannigfaltiger die Einübungsform ist, desto sicherer werden die Resultate als bleibendes Eigentum in das Gedächtnis der Schüler übergehen. Die völlig sichere, auf Einsicht beruhende Einprägung — für den kleinen Rechenschüler eine unerläßliche Arbeit — vollzieht das Kind in Form einer Memorialaufgabe.

$3 + 3 = 6$; $6 + 3 = 9$ bis $30$; $30 - 3 = 27$;
$27 - 3 = 24$ bis $3 - 3$.

| | | |
|---:|---|---|
| $3 = 3$ | $1 \times 3 =$ | $9 \times 3 =$ |
| $3+3 = 6$ | $2 \times 3 =$ | $7 \times 3 =$ |
| $3+3+3 = 9$ | $3 \times 3 =$ | $1 \times 3 =$ |
| $3+3+3+3 = 12$ | $4 \times 3 =$ | $10 \times 3 =$ |
| $3+3+3+3+3 = 15$ | $5 \times 3 =$ | $4 \times 3 =$ |
| $3+3+3+3+3+3 = 18$ | $6 \times 3 =$ | $6 \times 3 =$ |
| $3+3+3+3+3+3+3 = 21$ | $7 \times 3 =$ | $2 \times 3 =$ |
| $3+3+3+3+3+3+3+3 = 24$ | $8 \times 3 =$ | $5 \times 3 =$ |
| $3+3+3+3+3+3+3+3+3 = 27$ | $9 \times 3 =$ | $8 \times 3 =$ |
| $3+3+3+3+3+3+3+3+3+3 = 30$ | $10 \times 3 =$ | $3 \times 3 =$ |

| | | |
|---|---|---|
| $9 = 3 \times 3$ | $3 = 1 \times 3$ | 3 in 15 = 5 mal enthalten |
| $15 = 5 \times 3$ | $12 = 4 \times 3$ | 3 in 3 = 1 „ „ |
| $21 = 7 \times 3$ | $24 = 8 \times 3$ | 3 in 21 = 7 „ „ |
| $27 = 9 \times 3$ | $6 = 2 \times 3$ | 3 in 15 = 5 „ „ |
| $18 = 6 \times 3$ | $30 = 10 \times 3$ | 3 in 6 = 2 „ „ |

3 in 24 = 8 mal enthalten
3 in 30 = 10 „ „
3 in 18 = 6 „ „
3 in 27 = 9 „ „
3 in 9 = 3 „ „

| | |
|---|---|
| $\frac{1}{3}$ von 9 = 3 | $\frac{1}{3}$ von 12 = 4 |
| $\frac{1}{3}$ von 18 = 6 | $\frac{1}{3}$ von 24 = 8 |
| $\frac{1}{3}$ von 15 = 5 | $\frac{1}{3}$ von 6 = 2 |
| $\frac{1}{3}$ von 21 = 7 | $\frac{1}{3}$ von 30 = 10 |
| $\frac{1}{3}$ von 27 = 9 | $\frac{1}{3}$ von 3 = 1 |

| | |
|---|---|
| $4+4+4+4+4+4 = 24$ | $6 \times 4 = 24$ |
| $4+4+4+4+4+4+4 = 28$ | $7 \times 4 = 28$ |

3 (6, 4, 2, 7, 5) $\times$ 4

| | |
|---|---|
| $5+5+5+5+5 = 25$ | $5 \times 5 = 25$ |
| $5+5+5+5+5+5 = 30$ | $6 \times 5 = 30$ |

3 (4, 2, 5) $\times$ 5

| | |
|---|---|
| $7+7+7 = 21$ | $3 \times 7 = 21$ |
| $7+7+7+7 = 28$ | $4 \times 7 = 28$ |

| | |
|---|---|
| $8+8+8 = 24$ | $3 \times 8 = 24$ |

| | |
|---|---|
| $9+9+9 = 27$ | $3 \times 9 = 27$ |

| | |
|---|---|
| $10+10+10 = 30$ | $3 \times 10 = 30$ |

Nun werden die Zahlen von 3 bis 30 durch 3 gemessen und geteilt.

3 = 1 × 3
3 in 3 = 1 mal enthalten
$\frac{1}{3}$ v. 3 = 1
4 = 1 × 3 + 1
3 in 4 = 1 mal enthalten, Rest 1
$\frac{1}{3}$ v. 4 = 1$\frac{1}{3}$ *)

5 = 1 × 3 + 2
3 in 5 = 1 mal enthalten, Rest 2
$\frac{1}{3}$ v. 5 = 1$\frac{2}{3}$
u. s. w.

Die Zahlen: 2, 4, 6 . . . 18, 20 lassen sich unmittelbar (ohne Zerlegung) durch 2 messen (teilen), weil sie im Einmaleins der Zwei vorkommen.

Zahlen, die nicht im Einmaleins mit 2 vorkommen, müssen zerlegt werden.

Will man also die Zahlen von 21 bis 30 durch 2 messen (teilen), so müssen sie erst entsprechend zerlegt werden. Wie dies geschieht, ist aus folgenden Beispielen ersichtlich:

a) 26 = ? × 2
26 = 20 + 6
20 = 10 × 2
6 = 3 × 2
26 = 13 × 2

2 in 26 = ? mal
2 in 20 = 10mal enth.
2 in 6 = 3 „ „
2 in 26 = 13mal enth.

$\frac{1}{2}$ von 26 = ?
$\frac{1}{2}$ von 20 = 10
$\frac{1}{2}$ von 6 = 3
$\frac{1}{2}$ von 26 = 13

b) 29 = ? × 2
29 = 20 + 9
20 = 10 × 2
9 = 4 × 2 + 1
29 = 14 × 2 + 1

2 in 29 = ? mal
2 in 20 = 10mal
2 in 9 = 4 „ Rest 1
2 in 29 = 14mal, Rest 1

$\frac{1}{2}$ von 29 = ?
$\frac{1}{2}$ von 20 = 10
$\frac{1}{2}$ von 9 = 4$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$ von 29 = 14$\frac{1}{2}$

*) 1 Ganzes = $\frac{3}{3}$; $\frac{1}{3}$ von $\frac{3}{3}$ = $\frac{1}{3}$. Daß 1 Ganzes $\frac{3}{3}$ hat, veranschaulicht man durch wirkliche Teilung eines Stäbchens.

Eine ganz vorzügliche Übung, besonders auch zur Stillbeschäftigung geeignet, besteht darin, daß man nach Behandlung eines Zehners jede einzelne Zahl desselben durch alle Grundzahlen teilen (messen) läßt, z. B.

| | |
|---|---|
| 21 = 10 × 2 + 1 | 2 in 21 = 10mal, Rest 1 |
| 21 = 7 × 3 | 3 in 21 = 7mal |
| 21 = 5 × 4 + 1 | 4 in 21 = 5mal, Rest 1 |
| 21 = 4 × 5 + 1 | 5 in 21 = 4mal, „ 1 |
| 21 = 3 × 6 + 3 | 6 in 21 = 3mal, „ 3 |
| 21 = 3 × 7 | 7 in 21 = 3mal |
| 21 = 2 × 8 + 5 | 8 in 21 = 2mal, Rest 5 |
| 21 = 2 × 9 + 3 | 9 in 21 = 2mal, „ 3 |
| 21 = 2 × 10 + 1 | 10 in 21 = 2mal, „ 1 |

Der vierte bis zehnte Zehner wird nach dem Muster des dritten Zehners behandelt.

## Übersicht und Wiederholung der Zahlen von 1 bis 100.

### Verschiebung der Grundaufgaben in alle Zehner bis 100. Zählen, Zuzählen und Abziehen der Grundzahlen.

1, 2, 3, 4, 5 . . . . 100; 99, 98, 97, 96 . . . Für diese Übung ist es wichtig, sie öfters auf folgende Weise zu unterbrechen: 1, 2, 3, 4 . . . 10, 11, 12 (Halt! Ein Schüler spricht: wir sind im 2. Zehner, es fehlen noch 8 Einer, bis der 2. Zehner voll ist); oder 40, 39, 38 (wir sind im 4. Zehner, vom 4. Zehner sind 2 Einer weggenommen).

Damit die Schüler geübt werden, rasch in den benachbarten Zehner übergehen zu können, ist jetzt 10 zu addieren und zu subtrahieren; also:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 20 + 10 = ? | 30 + 10 = ? | 40 + 10 = ? | 50 + 10 = ? ꝛc. |
| 35 + 10 = ? | 52 + 10 = ? | 77 + 10 = ? | 68 + 10 = ? ꝛc. |
| 100 — 10 = ? | 90 — 10 = ? | 80 — 10 = ? | 70 — 10 = ? ꝛc. |
| 83 — 10 = ? | 65 — 10 = ? | 36 — 10 = ? | 49 — 10 = ? ꝛc. |

Hierauf ist Subtrahieren von der vollen Zehnerzahl und das Vollmachen der nächsten Zehnerzahl tüchtig zu üben, folglich:

40 — 5 = ? 70 — 8 = ? 90 — 6 = ? 60 — 9 = ?

1 ℳ — 5 (7, 4, 6, 9, 3, 8) ₰ = ?

32 + ? = ? 56 + ? = ? 75 + ? = ? 87 + ? = ?

21 + ? = ? 68 + ? = ? 44 + ? = ? 93 + ? = ?

(Es soll hier der nächste Zehner voll gemacht und genannt werden. Die Aufgaben sind also keineswegs unbestimmt).

Nun folgt die Addition und Subtraktion mit Übergang in den nächsten Zehner.

Welchen Gang man hier einschlagen will, das ist ziemlich gleichgültig. Man kann zuerst, entsprechend den Übungen im Zahlenkreise von 1 bis 10, zu allen Zahlen mit 9 Einern die Zahlen von 2 bis 9 addieren, dann von allen Zahlen mit 1 Einer subtrahieren, alsdann zu allen Zahlen mit 8 Einern die Zahlen von 3 bis 9 addieren und hierauf dieselben von allen Zahlen mit 2 Einern subtrahieren u. s. w. oder man kann auch erst 2 zu 29 (39, 49 . . . 89), 2 von 31 (41, 51, 61 . . . 91); dann 3 zu 28 (29, 38, 39 . . . . 88, 89), 3 von 31 (32, 41, 42 . . . . 91, 92); dann 4 zu 27 (28, 29, 37, 38 . . . . 87, 88, 89), 4 von 31 (32, 33, 41, 42, 43 . . . . 91, 92, 93), dann 5, 6, 7, 8, 9 addieren und subtrahieren.

Bezüglich der Überschreitung des Zehners ist darauf Bedacht zu nehmen, daß die Hilfsrechnung (das Zerlegen der Grundzahl) nach und nach entbehrlich wird und die Überschreitung ohne alles Zögern vor sich geht.

Von besonderer Bedeutung für die Erzielung der Rechenfertigkeit ist die Bildung zusammenhängender Reihen. Schon Stephani sagt, daß die Fertigkeit, welche die Kinder durch Reihenübungen erlangen, einem Lauffeuer gleiche. Selbstverständlich ist bei diesen Übungen Monotonie und Langeweile zu vermeiden. Dies geschieht durch den Wechsel in der Thätigkeit, indem bald von einem Schüler, bald von zwei oder mehreren, bald im Chore gezählt wird. Das mündlich Gerechnete wird sofort schriftlich dargestellt.

Die Reihenbildung ist eine außerordentlich wertvolle Übung, zumal man darin zugleich ein Mittel hat, die Aufmerksamkeit rege zu erhalten und den Unterricht zu beleben, indem man fortwährend andere Schüler bezeichnet; überdies kann der Lehrer dabei sein Sprachorgan schonen.

Wird den Schülern eine längere Aufgabe gestellt, etwa die Bildung der Dreierreihe von 2 an, so tritt die ganze Klasse in Aktivität und der Lehrer hat nicht mehr zu thun, als diese Thätigkeit zu überwachen. Eine solche Schonung ist mit gewissenhafter Berufserfüllung wohl vereinbar.

Mündlich und schriftlich.

| | |
|---|---|
| 2 + 2 = 4 | 1 + 2 = 3 |
| 4 + 2 = 6 | 3 + 2 = 5 |
| 6 + 2 = 8 | 5 + 2 = 7 |
| 8 + 2 = 10 | 7 + 2 = 9 |
| . . . | . . . |
| . . . | . . . |
| 96 + 4 = 100 | 97 + 2 = 99 |

| | | |
|---|---|---|
| 3 + 3 = 6 | 1 + 3 = 4 | 2 + 3 = 5 |
| 6 + 3 = 9 | 4 + 3 = 7 | 5 + 3 = 8 |
| 9 + 3 = 12 | 7 + 3 = 10 | 8 + 3 = 11 |
| . . . | . . . | . . . |
| . . . | . . . | . . . |
| 96 + 3 = 99 | 97 + 3 = 100 | 95 + 3 = 98 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 + 4 = 8 | 1 + 4 = 5 | 3 + 4 = 7 |
| 8 + 4 = 12 | 5 + 4 = 9 | 7 + 4 = 11 |
| 12 + 4 = 16 | 9 + 4 = 13 | 11 + 4 = 15 |
| . . . | . . . | . . . |
| . . . | . . . | . . . |
| 96 + 4 = 100 | 93 + 4 = 97 | 93 + 4 = 97 |

In derselben Weise wird mit 5, 6, 7, 8, 9, 10 geübt. Jeder durch Addition gebildeten aufsteigenden Reihe schließt sich eine entsprechende, durch Subtraktion gebildete absteigende an, z. B.

| | |
|---|---|
| 100 — 2 = 98 | 99 — 3 = 96 |
| 98 — 2 = 96 | 96 — 3 = 93 |
| u. s. w. | u. s. w. |

Man kann aber der Kürze wegen auch nur die Resultate angeben und aufschreiben lassen, also:

2, 4, 6, 8 . . . . 100; 1, 3, 5, 7 . . . . 99;
100, 98, 96 . . . . rc.; 99, 97, 95 . . . . rc.
3, 6, 9, 12 . . . . rc.; 2, 5, 8 rc.; 100, 97, 94 . . . rc.
4, 8, 12 rc.; 2, 6, 10 rc.; 99, 95, 91 rc.
5, 10, 15 rc.; 2, 7, 12, 17 rc.; 100, 95 rc. rc.

## Vervielfachen, Messen und Teilen.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 × 2 = 2 | 2 in 2 = 1mal | 2 × 1 = 2 | ½ v. 2 = 1 |
| 2 × 2 = 4 | 2 in 4 = 2mal | 2 × 2 = 4 | ½ v. 4 = 2 |
| 3 × 2 = 6 | 2 in 6 = 3mal | 2 × 3 = 6 | ½ v. 6 = 3 |
| bis | bis | bis | bis |
| 10 × 2 = 20 | 2 in 20 = 10mal | 2 × 10 = 20 | ½ v. 20 = 10 |
| 1 × 3 = 3 | 3 in 3 = 1mal | 3 × 1 = 3 | ⅓ v. 3 = 1 |
| 2 × 3 = 6 | 3 in 6 = 2mal | 3 × 2 = 6 | ⅓ v. 6 = 2 |
| 3 × 3 = 9 | 3 in 9 = 3mal | 3 × 3 = 9 | ⅓ v. 9 = 3 |
| bis | bis | bis | bis |
| 10 × 3 = 30 | 3 in 30 = 10mal | 3 × 10 = 30 | ⅓ v. 30 = 10 |

u. s. w.

Ebenso mit 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 10.

## Zerfällung der Produktzahlen des kleinen Einmaleins in 2 Faktoren.

4 = 2×2
6 = 2×3 = 3×2
8 = 2×4 = 4×2
10 = 2×5 = 5×2
12 = 2×6 = 3×4 = 4×3 = 6×2
14 = 2×7 = 7×2
15 = 3×5 = 5×3
16 = 2×8 = 4×4 = 8×2

18 = 2×9 = 3×6 = 6×3 = 9×2
20 = 2×10 = 4×5 = 5×4 = 10×2
21 = 3×7 = 7×3
24 = 3×8 = 4×6 = 6×4 = 8×3
25 = 5×5
27 = 3×9 = 9×3
28 = 4×7 = 7×4
30 = 3×10 = 5×6 = 6×5 = 10×3
32 = 4×8 = 8×4
35 = 5×7 = 7×5
36 = 4×9 = 6×6 = 9×4
40 = 4×10 = 5×8 = 8×5
42 = 6×7 = 7×6
45 = 5×9 = 9×5
48 = 6×8 = 8×6
49 = 7×7
50 = 5×10 = 10×5
54 = 6×9 = 9×6
56 = 7×8 = 8×7
60 = 6×10 = 10×6
63 = 7×9 = 9×7
64 = 8×8
70 = 7×10 = 10×7
72 = 8×9 = 9×8
80 = 8×10 = 10×8
81 = 9×9
90 = 9×10 = 10×9
100 = 10×10

## Messen und Teilen sämtlicher Produktzahlen des kleinen Einmaleins durch die Grundzahlen.

3 (2) in 6 = ?
4 (2) in 8 = ?
5 (2) in 10 = ?
6 (4, 3, 2) in 12 = ?
7 (2) in 14 = ?
5 (3) in 15 = ?
8 (4, 2) in 16 = ?
9 (2) in 18 = ?

10 (5, 4, 2) in 20 = ?

7 (3) in 21 ?

8 (6, 4, 3) in 24 = ?

5 in 25 = ?

9 (3) in 27 = ?

7 (4) in 28 = ?

10 (6, 5) in 30 = ?

8 (4) in 32 = ?

7 (5) in 35 = ?

9 (6, 4) in 36 = ?

10 (8, 5) in 40 = ?

7 (6) in 42 = ?

9 (5) in 45 = ?

8 (6) in 48 = ?

7 in 49 = ?

10 (5) in 50 = ?

9 (6) in 54 = ?

8 (7) in 56 = ?

10 (6) in 60 = ?

9 (7) in 63 = ?

8 in 64 = ?

10 (7) in 70 = ?

9 (8) in 72 = ?

10 (8) in 80 = ?

9 in 81 = ?

10 (9) in 90 = ?

10 in 100 = ?

$\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{3}$) von 6 = ?

$\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{4}$) von 8 = ?

$\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{5}$) von 10 = ?

$\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$) von 12 = ?

$\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{7}$) von 14 = ?

$\frac{1}{3}$ ($\frac{1}{5}$) von 15 = ?

$\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$) von 16 = ?

$\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{9}$) von 18 = ?

$\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$) von 20 = ?

$\frac{1}{3}$ ($\frac{1}{7}$) von 21 = ?

$\frac{1}{3}$ ($\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{8}$) von 24 = ?

$\frac{1}{5}$ von 25 = ?

$\frac{1}{3}$ ($\frac{1}{9}$) von 27 = ?

$\frac{1}{4}$ ($\frac{1}{7}$) von 28 = ?

$\frac{1}{5}$ ($\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$) von 30 = ?

$\frac{1}{4}$ ($\frac{1}{8}$) von 32 = ?

$\frac{1}{5}$ ($\frac{1}{7}$) von 35 = ?

$\frac{1}{4}$ ($\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$) von 36 = ?

$\frac{1}{5}$ ($\frac{1}{8}$ $\frac{1}{10}$) von 40 = ?

$\frac{1}{6}$ ($\frac{1}{7}$) von 42 = ?

$\frac{1}{5}$ ($\frac{1}{9}$) von 45 = ?

$\frac{1}{6}$ ($\frac{1}{8}$) von 48 = ?

$\frac{1}{7}$ von 49 = ?

$\frac{1}{5}$ ($\frac{1}{10}$) von 50 = ?

$\frac{1}{6}$ ($\frac{1}{9}$) von 54 = ?

$\frac{1}{7}$ ($\frac{1}{8}$) von 56 = ?

$\frac{1}{6}$ ($\frac{1}{10}$) von 60 = ?

$\frac{1}{7}$ ($\frac{1}{9}$) von 63 = ?

$\frac{1}{8}$ von 64 = ?

$\frac{1}{7}$ ($\frac{1}{10}$) von 70 = ?

$\frac{1}{8}$ ($\frac{1}{9}$) von 72 = ?

$\frac{1}{8}$ ($\frac{1}{10}$) von 80 = ?

$\frac{1}{9}$ von 81 = ?

$\frac{1}{9}$ ($\frac{1}{10}$) von 90 = ?

$\frac{1}{10}$ von 100 = ?

# Die vier Grundrechnungsarten mit zweistelligen Zahlen.

## a) Zuzählen und Abzählen der Zehner.

| | |
|---|---|
| 16 + 10 = 26 | 26 = 16 + 10 |
| 26 — 10 = 16 | 16 = 26 — 10 |

$$10 + 16 = 10 + 10 + 6 = 20 + 6 = 26$$
$$26 - 16 = 26 - 10 - 6 = 16 - 6 = 10$$

Die beiden letzten Formen geben das Normalverfahren an. Aus demselben hervor geht als abgekürztes Verfahren:

$$10 + 16 = 20 + 6 = 26$$
$$26 - 16 = 16 - 6 = 10$$

Zeigt sich der Schüler hierin sicher und gewandt, so wird ohne Zwischenstufen geschrieben:

$$10 + 16 = 26$$
$$26 - 16 = 10$$

## b) Zuzählen und Abzählen ohne Überschreitung eines Zehners.

Normalverfahren:

$$25 + 14 = 25 + 10 + 4 = 35 + 4 = 39$$
$$39 - 14 = 39 - 10 - 4 = 29 - 4 = 25$$

Hieraus (erste Abkürzung):

$$25 + 14 = 35 + 4 = 39$$
$$39 - 14 = 29 - 4 = 25$$

Schließlich (zweite Abkürzung):

$$25 + 14 = 39$$
$$39 - 14 = 25$$

Entsprechend ist bei zusammengesetzten Aufgaben zu schreiben:

$$12 + 13 + 14 = 25 + 14 = 39$$
$$39 - 12 - 26 = 27 - 26 = 1$$
$$15 + 23 - 20 = 38 - 20 = 18$$
$$39 - 24 + 12 = 15 + 12 = 27$$

### c) Zuzählen (Ergänzung zu reinen Zehnern) und Abzählen (von reinen Zehnern).

Normalverfahren:

$$28 + 22 = 28 + 20 + 2 = 48 + 2 = 50$$

$$50 - 22 = 50 - 20 - 2 = 30 - 2 = 28$$

Erste Abkürzung:

$$28 + 22 = 48 + 2 = 50$$
$$50 - 22 = 30 - 2 = 28$$

Zweite Abkürzung:

$$28 + 22 = 50$$
$$50 - 22 = 28$$

Zusammengesetzte Aufgaben:

$$16 + 14 + 15 = 30 + 15 = 45$$
$$13 + 25 + 12 = 38 + 12 = 50$$
$$34 + 16 - 28 = 50 - 28 = 22$$
$$40 - 25 + 23 = 15 + 23 = 38$$
$$56 - 16 - 16 = 40 - 16 = 24$$

### d) Zuzählen und Abzählen mit Überschreitung eines Zehners.

Normalverfahren:

$$27 + 25 = 27 + 20 + 5 = 47 + 5 = 52$$

$$52 - 25 = 52 - 20 - 5 = 32 - 5 = 27$$

Erste Abkürzung:

$$27 + 25 = 47 + 5 = 52$$
$$52 - 25 = 32 - 5 = 27$$

Zweite Abkürzung:

$$27 + 25 = 52$$
$$52 - 25 = 27$$

Zusammengesetzte Aufgaben:

$$17 + 18 + 19 = 35 + 19 = 54$$
$$24 + 27 - 26 = 51 - 26 = 25$$
$$42 - 29 + 18 = 13 + 18 = 31$$
$$64 - 17 - 18 = 47 - 18 = 29$$

Wie man sieht, bestehen diese Abkürzungen darin, daß eine oder mehrere Zwischenformen in Wegfall kommen. Läßt man alle Zwischenformen weg, dann erhält man die zweite Abkürzungsform, das Ziel, welches in jedem einzelnen Falle zu erreichen ist. Abkürzungen dürfen erst dann eintreten, wenn die Schüler in der Darstellung des Normalverfahrens sicher sind. Selbstverständlich haben diese Abkürzungen nur den Sinn, daß die beim Normalverfahren aufgeführten Zwischenrechnungen nicht mehr geschrieben werden, nicht aber, als ob sie überhaupt nicht mehr auszuführen wären. Im Kopfe werden sie nach wie vor ausgeführt. In den abgekürzten Darstellungsformen findet eine zweckmäßige Verbindung des Kopfrechnens mit dem schriftlichen Rechnen ihren ersten Ausdruck.

Zusammengesetzte Aufgaben dürfen erst dann gelöst werden, wenn die Schüler die einfachen Aufgaben sicher und geläufig zu lösen imstande sind, auch ohne Angabe der Zerlegungen, wie sie das Normalverfahren fordert. Aus diesen Bemerkungen geht zugleich hervor, warum in den zusammengesetzten Aufgaben Zerlegungen überhaupt nicht mehr vorkommen.

## Weitere Aufgaben.

1. Reihenbildungen (innerhalb 100): 11 + 11 + 11 . . . ; 12+12+12 . . . ; 13+13+13 . . . ; 14+14+14 . . . ; 15+15+15 . . . ; 16+16+16 . . . ; 17+17+17 . . . ; 18+18+18 . . . 2c. 2c.

2. Zähle zusammen: 19 und 19, 20 und 20, 21 und 21 bis 50 und 50!

3. Zähle zu allen ungeraden Zehnerzahlen von 10 bis 60 a) 20 b) 40!

4. Zähle zu allen geraden Zehnerzahlen von 20 bis 80 a) 15, b) 19!

5. Reihen: 100—11—11 . . . ; 100—12—12 . . . ; 100—13 (14, 15, 16, 17, 18, 19) und immer wieder weniger 13 u. s. w.

## Angewandte Aufgaben.

1. Ein Knabe hat ein Fünfzigpfennigstück und ein Zwanzigpfennigstück. Wie viele Pfennig hat er?

2. In einem Kistchen waren 100 Stück Zigarren. Von diesen wurden 37 Stück geraucht. Wie viele Stück sind noch vorhanden?

Im Kistchen sind noch 56 Stück. Wie viele Stück sind schon geraucht worden?

3. Eine Schulklasse hat 2 Abteilungen. Zu der ersten Abteilung gehören 26 Schüler, zur zweiten 30 Schüler. Wie viele Schüler zählt die Klasse?

4. Ein Bauer soll für ein Fohlen 100 ℳ bezahlen. Er handelt von dieser Summe 11 ℳ ab. Wie viele Mark bezahlt er? Er bezahlte nur 87 ℳ. Wie viele Mark hat er abgehandelt?

5. Ein Bauer verkaufte 2 Schweine. Für das eine erhielt er 45 ℳ, für das andere 14 ℳ mehr. Wie viel erhält er für das zweite?

6. Welche Zahl ist um 37 größer als 59?

7. Ein Dienstmädchen hat 75 ℳ in der Sparkasse. Wie viele Mark fehlen noch an 100 ℳ?

8. Ein Dorf hat 47 Häuser, ein anderes 53; wie viele Häuser haben beide Dörfer zusammen?

9. Ein Vater ist 55 Jahre alt; sein Sohn zählt 17 Jahre. Wie viele Jahre ist der Vater älter als der Sohn?

10. Wie viele Tage zählt jedes Vierteljahr?

11. Eine Frau kaufte auf dem Markte für 15 ₰ Gurken, für 20 ₰ Bohnen und für 10 ₰ Petersilie. Sie bezahlte mit einem Markstück. Wie viel erhielt sie zurück? Wie rechnete die Gärtnerin beim Aufzählen des Geldes, das sie zurückgab?

12. Eine Bauersfrau erhielt von ihren Kühen am Morgen 39 l und am Abende 43 l Milch. Wie viele Liter gaben die Kühe an einem Tage?

13. Eine Schule zählt 96 Schüler. Am 1. Mai traten 13 Schüler aus und 16 Anfänger ein. Wie viele Schüler besuchen jetzt die Schule?

14. Ein Metzger kauft ein Kalb. Er bezahlt es mit einer Doppelkrone, 2 Kronen, 5 Fünfmarkstücken und 1 Einmarkstück. Wie viel kostet das Kalb?

15. Eine Frau hatte 84 Stück Eier. Davon verkaufte sie zuerst 12 und dann noch 25 Stück. a) Wie viele Eier verkaufte sie? b) Wie viele behielt sie noch?

16. Eine Hausfrau hatte von ihrem monatlichen Haushaltungsgeld bereits 49 ℳ ausgegeben und hat noch 48 ℳ. Wie viel Monatgeld hat die Hausfrau?

17. In einer Schule sind 77 Kinder, darunter 38 Mädchen; wie viele Knaben also?

18. Eine Frau bringt 72 l Milch in die Stadt. Davon liefert sie 25 l in ein Kaffeehaus, den Rest erhält eine Milchhändlerin; wie viel also?

19. Jemand ißt im Gasthaus einen Braten für 50 ₰, dazu für 3 ₰ Brot und trinkt ein Liter Bier für 24 ₰. Wie viel beträgt die Zeche?

20. Jakob hat vom Hause bis zur Schule 78 Schritte zu gehen, seine kleine Schwester aber macht 92 Schritte; wie viele Schritte also mehr?

## Addition und Subtraktion.

Schriftliche Darstellung.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| a) | 4 | Posten | b) | 24 |
| | 8 | | | 18 |
| | 6 | | | 36 |
| | +9 | | | +19 |
| | 27 | Summe | | 27 |
| | | | | 70 |
| | | | | 97 |

Ausführung: a) 9 Einer und 6 Einer sind 15 Einer; 15 Einer und 8 Einer sind 23 Einer; 23 Einer und 4 Einer sind 27 Einer.

b) 9 E. und 6 E = 15 E.; 15 E. und 8 E. = 23 E.; 23 E. und 4 E. = 27 E.

1 Zehner und 3 Zehner sind 4 Zehner; 4 Z. und 1 Z. sind 5 Z.; 5 Z. und 2 Z. sind 7 Z. oder 70 Einer. 70 + 27 = 97.

Sind also zweistellige Zahlen schriftlich zu addieren, so setzt man die Reihensummen richtig untereinander und addiert dieselben zuletzt nach Art des mündlichen Verfahrens.

| | | | |
|---|---|---|---|
| c) | 68 Vollzahl | d) | 7.2 |
| | —25 Abzugszahl | | —4 8 |
| | 43 Rest (Unterschied) | | 24 |

Hiebei ist zu sprechen: c) 8 Einer weniger 5 Einer sind 3 Einer; 6 Zehner weniger 2 Zehner sind 4 Zehner; also ist 68 weniger 25 = 43.

d) 2 E. weniger 8 E. geht nicht; ich verwandle deshalb einen Zehner in Einer (Punkt hinter die 7); 1 Z. = 10 E.; 10 E. und 2 E. = 12 E.; 12 E. weniger 8 E. = 4 E. 6 Z. (1 Z. ist in E. verwandelt worden) weniger 4 Z. = 2 Z.; also ist 72 weniger 48 = 24.

## Multiplikation zweistelliger Zahlen mit einer Grundzahl.

a) Der eine Faktor ist eine reine Zehnerzahl.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $2\times10=20$ | $3\times10=30$ | $4\times10=40$ | $5\times10=50$ |
| $2\times20=40$ | $3\times20=60$ | $4\times20=80$ | $5\times20=100$ |
| $2\times30=60$ | $3\times30=90$ | | |

b) Der eine Faktor ist eine gemischte Zehnerzahl.

Auch hier (und ebenso bei der Division) sind drei Darstellungsformen zu unterscheiden:

a) die Normalform (ausführliches Verfahren);

b) die Übergangsform (entstehend durch Weglassung der ersten Zerlegung);

c) die Abschlußform (die bloße Verbindung der Aufgabe mit dem Ergebnisse).

a) Normalform:

$$\begin{cases} 5\times18=5\times10+5\times8=50+40=90 \\ 3\times29=3\times20+3\times9=60+27=87 \end{cases}$$

b) Übergangsform:

$$\begin{cases} 5\times18=50+40=90 \\ 3\times29=60+27=87 \end{cases}$$

c) Abschlußform:

$$\begin{cases} 5 \times 18 = 90 \\ 3 \times 29 = 87 \end{cases}$$

Anfangs wird jede Aufgabe auf die ausführliche Weise — Normalverfahren — gelöst. Die Normalform ist die wichtigste von allen; denn in ihr kommt der ganze Gedankengang, der sich im Geiste des Schülers abzuspielen hat, zum Ausdruck. Deshalb dürfen Abkürzungen nicht zur Anwendung kommen, so lange der Schüler in der Darstellung des Normalverfahrens sich noch unsicher zeigt. Auf das Normalverfahren muß immer wieder zurückgegriffen werden, sobald Schwankungen eintreten. Nicht vergessen darf werden, daß auch bei der abgekürzten Darstellungsform der Schüler stets die Zwischenstufen der Normalform in Gedanken durchläuft. Nur die Zeit, welche er hiezu braucht, wird eine immer kürzere, wenn es an der rechten Übung nicht fehlt.

Vervielfache: 11 mit 1 bis 9; 12 mit 1 bis 8; 13 und 14 mit 1 bis 7; 15 und 16 mit 1 bis 6; 17 bis 20 mit 1 bis 5; 21 bis 25 mit 1 bis 4; 26 bis 33 mit 1 bis 3; 34 bis 50 mit 2!

## Angewandte Aufgaben.

1. Wie viele Stück sind 2, 3 bis 8 Dutzend?

2. Wie viele Stunden haben 2 (3, 4) Tage?

3. Ein Knabe ist 8 Jahre und 4 Mt. alt. Wie viele Monate sind dies?

4. 1 l Essig kostet 18 ₰; wie viel kosten 3 (4, 5) l?

5. Jemand kauft bei einem Holzhändler 3 Klafter Birkenholz, die Klafter für 24 ℳ. Wie viele Mark erhält er von einem Hundertmarkschein zurück? Wie rechnet der Händler beim Aufzählen des Geldes, das er zurückgibt?

6. Eine Familie braucht täglich zum Frühstück 1 Dtz. Semmeln; wie viele Stück in einer Woche?

7. Eine Bäuerin verkauft eine Woche hindurch täglich 14 l Milch. Wie viele Liter verkauft sie in einer Woche? Wie viele Liter fehlen noch zu 1 hl?

8. Eine Schiefertafel ist 24 cm lang und 18 cm breit. Wie viele Centimeter messen a) die beiden langen, b) die beiden breiten Seiten? c) Wie viele Centimeter messen alle 4 Seiten zusammen?

9. In einem Hause befinden sich 2 Treppen. Jede Treppe besteht aus 2 Teilen mit 12 und 13 Stufen. Wie viele Stufen haben beide Treppen zusammen?

10. Eine Frau hat ein Stück Leinwand von 40 m. Davon schneidet sie den Bedarf für ein Dutzend Hemden ab und rechnet für ein Hemd 3 m; wie viel Leinwand hat sie noch?

## Division zweistelliger Zahlen durch eine Grundzahl.

Sollen zweistellige Zahlen, welche keine Produktzahlen des kleinen Einmaleins sind, durch eine Grundzahl dividiert werden, so sind die Dividenden in Haupt- und Nebenzahlen zu zerlegen. Die Hauptzahlenreihe ist für jede Grundzahl eine andere. Ist der Divisor 2, so heißt die Hauptzahlenreihe (innerhalb 100): 20, 40, 60, 80; ist der Divisor 3, so heißt die Hauptzahlenreihe: 30, 60, 90 u. s. w.

Bei diesen Aufgaben wird der Dividend als Summe betrachtet, die in Rücksicht auf den Divisor in zwei Summanden (Haupt- und Nebenzahl) zerlegt wird. Die Summanden werden einzeln dividiert und die Teilquotienten addiert.

a) Normalform:

$$\begin{cases} \frac{1}{5} \text{ von } 90 = \frac{1}{5} \text{ von } 50 + \frac{1}{5} \text{ von } 40 = 10 + 8 = 18 \\ \frac{1}{3} \text{ von } 87 = \frac{1}{3} \text{ von } 60 + \frac{1}{3} \text{ von } 27 = 20 + 9 = 29 \end{cases}$$

b) Übergangsform:

$$\begin{cases} \frac{1}{5} \text{ von } 90 = 10 + 8 = 18 \\ \frac{1}{3} \text{ von } 87 = 20 + 9 = 29 \end{cases}$$

c) Abschlußform:

$$\begin{cases} \frac{1}{5} \text{ von } 90 = 18 \\ \frac{1}{3} \text{ von } 87 = 29 \end{cases}$$

Nun treten Multiplikation und Division in einer Verbindung auf, welche derjenigen in der späteren (eigentlichen) Schlußrechnung entspricht. Die Form: $\frac{3}{5}$ von 80 ist durchaus keine Bruchrechnung,

sondern der verbundene Divisions- und Multiplikationsschluß; der 5. Teil von 80 ist 3mal zu nehmen. Man kann diese Verbindung als eine Vorstufe der Schlußrechnung betrachten.

Darstellungsformen:

a) Normalform:

$\frac{3}{5}$ von 80 = ?
$\frac{1}{5}$ von 80 = 16
$\frac{3}{5}$ von 80 = 3 × 16 = 48

b) Übergangsform:

$\frac{3}{5}$ von 80 = 3 × 16 = 48

c) Abschlußform:

$\frac{3}{5}$ von 80 = 48

Den Schluß macht die Division mit Rest.

Darstellungsformen:

a) Normalform:

$\frac{1}{7}$ von 95 = $\frac{1}{7}$ von 70 + $\frac{1}{7}$ von 25 = 10 + 3, Rest 4
= 13, Rest 4

b) Übergangsform:

$\frac{1}{7}$ von 95 = 10 + 3 Rest 4 = 13, Rest 4

c) Abschlußform:

$\frac{1}{7}$ von 95 = 13, Rest 4

## Weitere Übungen.

a) Dividiere die Zahlen 10, 20 bis 100 durch 2 (3 bis 9)!
b) Dividiere die Zahlen 99 (89 bis 9) durch 9 (8 bis 2)!
c) Wie oftmal ist 2 (4, 6, 8) in 24, 48, 72 enthalten?

## Die Zahl 100.

Die Zahl 100 hat im praktischen Leben eine ganz besondere Bedeutung. Sie ist die wichtigste von allen Zahlen; denn sie kommt häufig als Währungs- und Maßzahl vor:

| | |
|---|---|
| 1 ℳ = 100 ₰ | 1 *qm* = 100 *qdm* |
| 1 *m* = 100 *cm* | 1 *qdm* = 100 *qcm* |
| 1 *qkm* = 100 *ha* | 1 *hl* = 100 *l* |
| 1 *ha* = 100 *a* | 1 Buch = 100 Bogen |
| 1 *a* = 100 *qm* | |

### Übungen.

1. Die Zahlen unter 100 werden zu 100 ergänzt. 60 (50, 70, 40) u. s. w. + ? = 100; 23 (37, 44, 58, 67, 72, 85) + ? = 100.

2. Anwendung beim Herausgeben auf ein Markstück: 75 (64, 42, 38) ₰ + ? ₰ = 1 ℳ. Sprich:

75 ₰ + 5 ₰ = 80 ₰; dazu 20 ₰ = 100 ₰, d. i. 1 ℳ.

Auf diese Übungen ist wegen ihrer praktischen Bedeutung besonderes Gewicht zu legen.

3. Die Zahl 100 wird in Faktorenpaare zerlegt. Diese werden eingeprägt: $100 = 2 \times 50 = 4 \times 25 = 5 \times 20 = 10 \times 10$.

4. Die (7) Maße 2, 4, 5, 10, 20, 25 und 50 werden memoriert.

5. Die Zahl 100 wird durch ihre Maße geteilt. Dabei kommen beide Formen der Division zur Anwendung.

| a) | b) |
|---|---|
| 50 in 100 = 2mal enthalten | $\frac{1}{2}$ von 100 = 50 |
| 25 „ 100 = 4 „ „ | $\frac{1}{4}$ „ 100 = 25 |
| 20 „ 100 = 5 „ „ | $\frac{1}{5}$ „ 100 = 20 |
| 10 „ 100 = 10 „ „ | $\frac{1}{10}$ „ 100 = 10 |
| 5 „ 100 = 20 „ „ | $\frac{1}{20}$ „ 100 = 5 |
| 4 „ 100 = 25 „ „ | $\frac{1}{25}$ „ 100 = 4 |
| 2 „ 100 = 50 „ „ | $\frac{1}{50}$ „ 100 = 2 |

6. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{7}{10}$ ℳ (*m hl*) = w. v. ₰ (*cm*, *l*)?

## Zeitmaße.

1 Jahr = 12 Monate = 52 Wochen

1 Monat = 30 Tage (in den meisten Rechnungen des bürgerlichen Lebens)

1 Woche = 7 Tage (6 Arbeitstage)

1 Tag = 24 Stunden

1 Stunde = 60 Minuten

1 Minute = 60 Sekunden.

1) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$ Jahr = wie viele Monate?

2) $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ Jahr = wie viele Wochen?

3) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{7}{10}$ Monate = wie viele Tage?

4) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{7}{8}$ Tage = wie viele Stunden?

5) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{7}{10}$ Stunden (Minuten) = wie viele Minuten (Sekunden)?

## Angewandte Aufgaben.

1. 2 (4, 5) Arbeiter erhalten 1 ℳ Trinkgeld; wie viel erhält jeder?

2. 1 kg Rindfleisch kostet 90 ₰; wie viel kostet $\frac{1}{2}$ kg?

3. Eine Zigarre kostet 5 (4) ₰; wie viele Stück erhält man für 1 ℳ?

4. 78 Knaben marschieren paarweise auf den Turnplatz; wie viele Paare bilden sie?

5. Jemand gibt täglich 6 ℳ aus; wie lange reicht er mit 96 ℳ?

6. Ein Herr bezahlt für ein Zimmer monatlich 15 ℳ Miete; wie viel in 3 (5, 6) Monaten?

7. Eine Schule zählt 75 Kinder und zwar 3 Mädchen mehr als Knaben. Wie viele Knaben und Mädchen gehen in diese Schule?

8. 5 Zeichenbleistifte kosten 75 ₰; wie teuer ist 1 Stift?

9. Wie viele Dreierreihen bilden 45 (72) Knaben?

10. Wie viele Wochen ist ein Kind alt, das gerade 91 Tage zählt?

11. Jemand bezahlt für einen Anzug 4 mal den 5. Teil von 100 ℳ. Wie teuer ist der Anzug? Wie viel bekommt er auf einen Hundertmarkschein zurück?

12. 4 Taglöhner und 2 Taglöhnerinnen erhalten wöchentlich 78 ℳ. Die Taglöhnerinnen erhalten zusammen 18 ℳ. Wie viel erhält eine Taglöhnerin, ein Taglöhner wöchentlich?

13. Wer 15 Postkarten kauft, erhält wie viele Pfennig auf 1 ℳ zurück?

14. Wie viele Wochen sind es vom 20. März bis 24. April?

15. 2 (3, 4, 6, 8) hl kosten 96 ℳ; wie teuer ist 1 hl?

16. Wie viele Schläge macht eine Stundenglocke von 1 bis 12 Uhr?

17. Wie viele Minuten sind 5 Minuten vor $\frac{3}{4}$ (nach $\frac{1}{2}$) von der Stunde verflossen?

18. Jakob will Karl von seinen Schussern so viel geben, daß beide gleich viel haben; Jakob hat 25, Karl 17 Schusser. Wie viel gibt Jakob ab?

19. Eine Frau kauft 6 m Zeug, das Meter zu 3 ℳ. Wie viel bekommt sie auf eine Doppelkrone zurück?

20. Wie viel beträgt der Unterschied zwischen $\frac{7}{8}$ u. $\frac{7}{9}$ von 72?

21. Von 42 ℳ gebe ich $\frac{3}{7}$ aus; wie viel Geld habe ich noch?

22. Von 100 ℳ kann man wie oft 2 (4, 5, 10, 20, 25) ℳ ausgeben?

23. Auf 2 Doppelkronen gab ein Kaufmann 7 ℳ heraus. Für wie viel Geld wurde bei ihm Ware gekauft?

24. Ich denke mir eine Zahl. Lege ich das 3fache von 12 dazu, so erhalte ich 40. Wie heißt die Zahl?

25. Von 100 ℳ zahlt ein Lohnkutscher 7 hl Haber à 9 ℳ. Wie viel Geld bleibt ihm übrig?

26. Von 4 Dutzend Eiern wurde die Hälfte, $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{8}$ verkauft; wie viele Eier sind noch vorhanden?

27. $\frac{3}{4}$ von 100 — $\frac{5}{8}$ von 64?

28. Jemand bezahlt für das Vierteljahr 75 ℳ Mietzins; wie viel in 1 Monat?

29. Anna ist 2 Jahre älter als Lina; zusammen sind sie 18 Jahre alt. Wie alt ist jede?

30. Wie viele Mark war A dem B schuldig, wenn er 56 ℳ zahlte und noch 44 ℳ schuldig bleibt?

31. In welcher Zahl ist der neunte Teil von 63 fünfmal enthalten?

32. Eine Wirtin vom Lande ging in die Stadt, um verschiedene Einkäufe zu machen. Nachdem sie von ihrem Gelde $\frac{5}{8}$ ausgegeben hatte, besaß sie noch 18 ℳ. Wie viel Geld hatte sie mitgenommen?

33. Eine Näherin verdient monatlich 80 ℳ, davon legt sie $\frac{1}{10}$ zurück. Wie viel erspart sie in einem Jahre?

34. Um wie viel ist 37 + 37 weniger als $\frac{3}{4}$ von 100?

35. 7 m Tuch kosten 35 (49, 42, 56) ℳ; wie teuer ist 1 m? 3 (5, 2, 4) m?

36. Ein Baumeister hat außer Kost und Wohnung monatlich 72 ℳ Lohn; wie viel betragen $\frac{3}{4}$ ($\frac{5}{8}$, $\frac{7}{9}$) desselben?

37. Ein Dienstmädchen hat in einem Jahre $\frac{4}{9}$ seines Lohnes, nämlich 40 ℳ, in der Sparkasse angelegt. Wie viel Lohn erhält es jährlich?

38. Eine Frau braucht bei jeder Wäsche 2 kg Seife à 50 ₰. Sie wäscht monatlich einmal. Wie viel Seife braucht sie jährlich? Wie viel kostet die Seife monatlich, wie viel jährlich?

39. Bertha erhält von der Mutter eine Mark, um beim Krämer 2 l Weinessig à 24 ₰ und ein halbes Dutzend Zitronen, das Stück für 8 ₰ zu holen. Wie viele Pfennig erhält sie zurück?

40. 4 Arbeiter haben zur Zeit der Ernte in 5 Tagen 100 ℳ verdient. Wie viel verdient jeder Arbeiter täglich?

41. Eine Frau kauft zu einem Dutzend Hemden 30 m Leinwand. Sie braucht zu einem Hemd 2 m. Wie viel Leinwand bleibt übrig?

42. Ein erwachsenes Schaf gibt jährlich 2 kg Wolle. a) Wie viel Wolle kann man von 12 Schafen erwarten? b) Welchen Wert hat die Wolle, wenn das Kilogramm für 3 ℳ verkauft wird?

43. Lorenz zählt $\frac{2}{11}$ der Jahre vom Alter seines Großvaters, welcher 77 Jahre alt ist. Wie alt ist Lorenz?

44. Ein Weinwirt füllt 37 l und 62 l Wein in 3 gleich große Fäßchen; wie viele Liter kommen in jedes Fäßchen?

45. Eine Bäuerin verkauft 2 Dutzend Gänse, das Stück zu 4 *M.* Vom Erlöse bezahlt sie 15 m Zeug, das Meter zu 3 *M.* Wie viel bleibt ihr noch übrig?

46. Tischlergeselle Franz schickt von seinem Verdienste seiner armen Mutter monatlich 8 *M.* Wie viel gibt der dankbare Sohn seiner Mutter jährlich?

47. Eine Frau hat in 3 Wochen 63 (84) Eier verbraucht; wie viele Stück im Durchschnitte täglich?

48. Wie viele Pferde kann man mit 96 (72, 84, 68, 92) Hufeisen vollständig beschlagen?

49. Zu 78 l Essig gießt man 13 l Wasser; wie viele Liter beträgt die Mischung?

50. Ein Wirt hat in einer Woche 56 hl Bier ausgeschenkt und zwar am Sonntag doppelt so viel als an einem Wochentage. Wie viele Hektoliter hat er a) an einem Wochentage, b) am Sonntage verkauft?

## Verschiedene Einkleidungsformen für Beispiele zum mündlichen Rechnen.

Um die Aufmerksamkeit der Kinder beim Rechenunterrichte zu fesseln, ist es geraten, die Beispiele in verschiedene Formen zu kleiden. Das Interesse hat sich immer als der mächtigste Hebel des Unterrichtes bewährt. Sobald die Schüler die Grundrechnungsarten nach Aufgaben in einerlei Form innerhalb der Zahlenreihe 1 bis 100 wirklich beherrschen, sollen ihnen die Beispiele in verschiedenen Einkleidungen vorgelegt werden. Durch den Wechsel der Einkleidung wird die Aufmerksamkeit immer wieder neu belebt und der Schüler zum Nachdenken angeregt.

Im folgenden soll eine Auswahl verschiedener Einkleidungsformen für jede Grundrechnungsart geboten werden.

### Einkleidungen für die Addition.

Aufgabe: $5 + 8 = ?$

1) Wie viel beträgt 5 und 8 zusammen? 2) Addiere 5 und 8! 3) Zähle 5 zu 8! 4) Vereinige 5 und 8 in eine Summe!

5) Wie heißt das Ganze, dessen Teile 5 und 8 sind? 6) Welche Zahl besteht aus 5 und 8? 7) Welche Zahl ist um 5 größer als 8? 8) 5 ist um 8 (oder 8 ist um 5) kleiner als welche Zahl? 9) Welche Zahl beträgt 8 mehr als 5? (oder 5 mehr als 8?) 10) Man hat eine Zahl um 5 vermindert (verkleinert) und 8 erhalten, wie heißt sie? 11) Man hat 8 von einer Zahl subtrahiert (weggenommen) und 5 als Rest erhalten, wie heißt sie? 12) 5 ist der Unterschied zwischen 8 und welcher größeren Zahl? 13) Der Unterschied zweier Zahlen beträgt 8, die kleine heißt 5, wie die große? 14) Welche Zahl übersteigt die Zahl 8 um 5? u. s. w.

### Ferner für die Subtraktion.

Aufgabe: 15 — 6 =?

1) Ziehe 6 von 15 ab! 2) Vermindere (verkleinere) 15 um 6! 3) Welche Zahl bleibt übrig (als Rest), wenn 6 von 15 weggenommen wird? 4) Wie viel beträgt der Unterschied (die Differenz) zwischen 15 und 6? 5) Zwei Zahlen betragen zusammen 15, die eine heißt 6, wie die andere? 6) Um wie viel muß man 6 vergrößern, um 15 zu erhalten? 7) Wie weit ist 6 von 15 entfernt? 8) Um wie viel wird die Zahl 6 von 15 übertroffen? 9) 6 ist um wie viel kleiner als 15? 10) 15 ist um wie viel größer als 6? 11) Man hat zu 6 noch eine Zahl gezählt und 15 erhalten, wie hieß sie? 12) Um wie viel muß 15 vermindert werden, wenn 6 bleiben soll? 13) 15 beträgt wie viel mehr als 6? 14) Durch Vereinigung der Zahl 6 mit einer anderen erhält man 15, wie heißt diese? 15) Die Vollzahl heißt 15, die Abzugszahl 6, wie heißt der Unterschied? 16) Die Vollzahl heißt 15, die Differenz 6, wie heißt die Abzugszahl? 17) Die Summe zweier Zahlen, wovon die eine 6 ist, beträgt 15, wie heißt die andere? u. s. w.

### Sodann für Multiplikation.

Aufgabe: 9 × 7 = ?

1) Nimm 9 siebenmal! 2) Zähle zu 9 noch sechsmal diese Zahl! 3) Welche Zahl ist siebenmal so groß wie 9? 4) Wie heißt die Zahl, die noch um 9 größer ist als 6 × 9? 5) Welche Zahl beträgt 7mal so viel als 9? 6) 9 ist von welcher Zahl der 7. Teil?

8) In welcher Zahl ist 9 siebenmal (oder 7 neunmal) enthalten? 9) Wie viel beträgt das Siebenfache von 9? 10) Von welcher Zahl kann man 9 siebenmal abziehen, ohne daß ein Rest bleibt? 11) Man hat eine Zahl durch 9 dividiert und 7 erhalten, wie heißt sie? 12) Eine gewisse Zahl besteht aus 7 Teilen und jeder Teil beträgt 9, wie heißt sie? 13) In einem Divisionsbeispiel heißt der Teiler 7 und der Anteil 9, wie heißt die Teilungszahl? u. s. w.

### Endlich für die Division.

Aufgabe: 63 : 7 = ?

1) Dividiere 63 durch 7! 2) Zerlege 63 in 7 gleiche Teile! 3) Wie viel beträgt der 7. Teil von 63? 4) Die Zahl 7 ist welcher Teil von 63? 5) Wie vielmal ist 7 in 63 enthalten? 6) 63 ist wie vielmal so groß als 7? 7) 63 ist das Wievielfache von 7? 8) Zwei Zahlen geben miteinander vervielfacht 63, die eine heißt 7, wie heißt die andere? 9) Mit welcher Zahl muß man 7 vervielfachen, um 63 zu erhalten? 10) Wie oftmal läßt sich 7 von 63 abziehen? 11) 63 ist 7mal so groß, als welche Zahl? u. s. w.

# Inhalts-Übersicht.

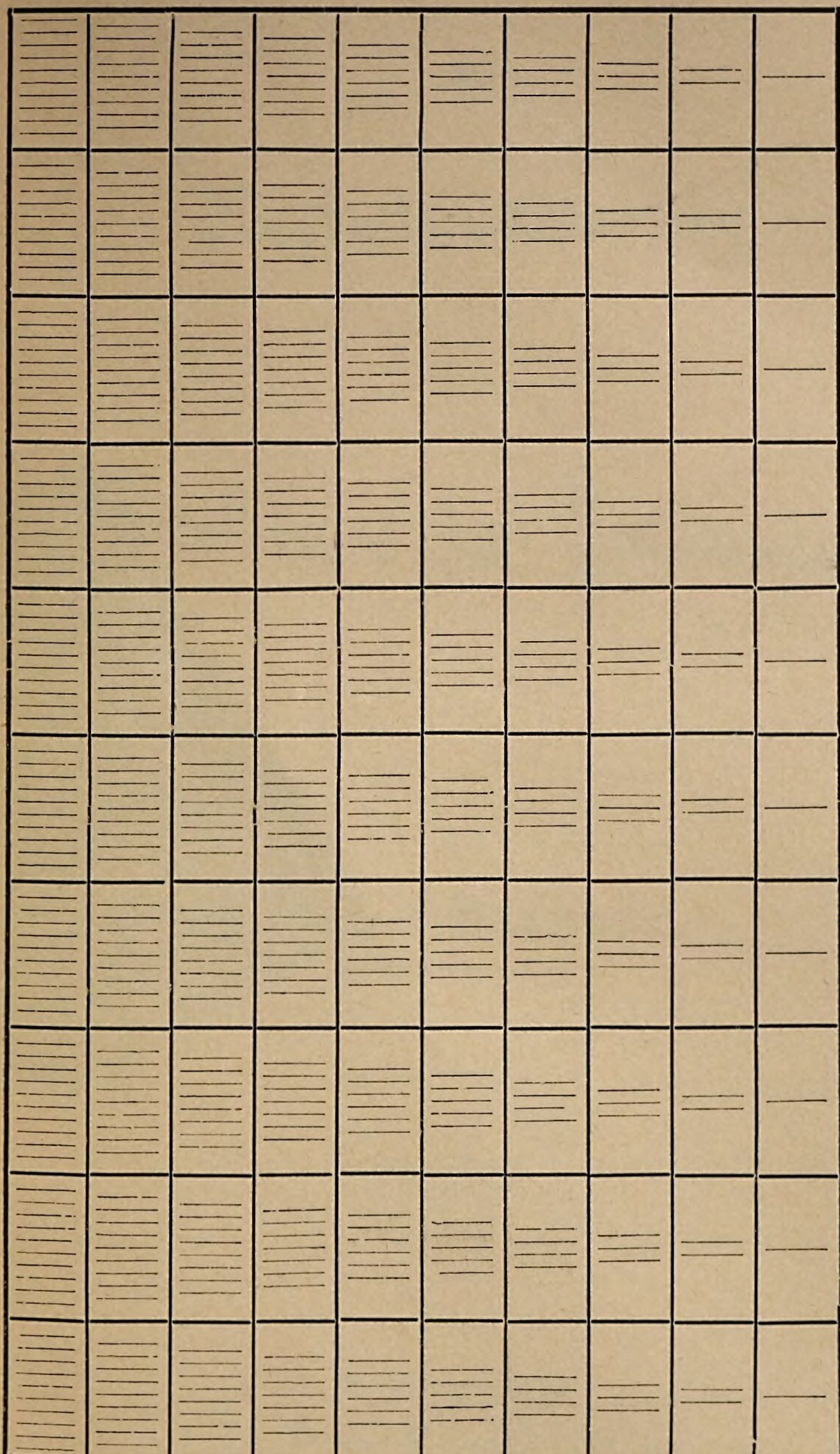
## Zweite Stufe.

Das Rechnen im zweiten Schuljahre.



## Dritte Stufe.

Das Rechnen im dritten Schuljahre.



Die erweiterte Einertabelle von Pestalozzi.